

THÉORIE ANALYTIQUE DES NOMBRES
EXERCICES 6

Deux exercices oubliés il y a quelques semaines...

Exercice 1. *Étant donné $x \in \mathbb{Z}$, on note $\omega(x) = \frac{x^2-1}{8}$. Montrez que si m et n sont impairs, alors*

$$(-1)^{\omega(mn)} = (-1)^{\omega(m)}(-1)^{\omega(n)}.$$

Exercice 2. *On a vu en classe le*

Lemme

Soit $a \in \mathbb{Z}$ dont la décomposition en nombres premiers ne contient pas de carrés. Posons $N = 4|a|$. Il existe un unique caractère non trivial χ_a sur $G(N)$ tel que pour chaque premier p ne divisant pas N ,

$$\chi_a(p) = \left(\frac{a}{p}\right).$$

Votre mission : compléter la preuve vue en classe.

... et un exercice plus récent.

Exercice 3. *Soit (s_n) une suite de nombres complexes convergeant vers s . Montrez que cette suite converge au sens de Cesàro et au sens d'Abel vers la même limite s .*