POUR UNE DIDACTIQUE-ACTION

Alain Bouvier
Université de Lyon 1

Pendant cet exposé, il m'arrivera fréquemment de faire référence à ce qui se fait en France. Ce ne sera pas dans le but de dire que ce que nous faisons chez nous est bien ou mal, ou moins bien ou mieux que ce qui se fait ici. Pour prendre un point de repère relativement clair, je citerai celui que je connais le moins mal.

J'essayerai de fournir des descriptions précises; ce sera à vous de vous demander en quoi ces situations sont semblables ou différentes de celles que vous connaissez au Québec.

Mon exposé est organisé en quatre parties; je vais d'abord parler d'innovation pédagogique, puis de ce que j'appellerai de la réaction-didactique; je parlerai ensuite de nos démarches de praticiens et je terminerai par la présentation d'une nouvelle stratégie de formation-recherche que j'appelle la Didactique-Action.

1. L'innovation pédagogique

Probablement ce qui nous réunit ici aujourd'hui est un *besoin de changement*. Nous sommes tous plus ou moins à la recherche d'innovation pédagogique. Pour nous, enseignants de mathématiques, l'innovation semble le moteur de notre action. Sans espoir, sans possibilité d'innovation, serions-nous encore enseignants? Mais lorsque l'on parle d'innovation, de quoi parle-t-on? De quelle innovation s'agit-il? Que voulons-nous changer? En quel sens? Pourquoi? Et comment allons-nous nous assurer que nos actions vont produire les effets escomptés?

Depuis que j'enseigne — pour ne pas parler de mes expériences d'élève ou d'étudiant — je vois s'accumuler des innovations; vous également. C'est vrai en France, mais si j'en crois l'impression que donne votre pays que l'on observe avec envie, c'est vrai aussi chez vous. Je mets un peu à part les innovations structurelles, à l'échelle nationale, en général décidées par le ministère de l'Éducation. Cela concerne la création des établissements expérimentaux ou l'opération des 10% (chaque enseignant de chaque discipline peut consacrer 10% du temps à enseigner ce qu'il veut), le soutien (moment d'enseignement réservé aux élèves en difficulté momentanée), le tutorat (inspiré des pays anglo-saxons qui se profile à l'horizon 83), les Z.E.P. (Zones d'Éducation Prioritaires) créées à la suite de la victoire de la gauche en mai 1981. Ici, au Québec, je citerai la création des polyvalentes et des cégeps il y a quelques années, et la disparition des voies, en ce moment.

Pour le grand public, pour les élèves, pour nous enseignants, les innovations les plus visibles, les plus nombreuses, touchent aux *contenus mathématiques* que nous proposons à nos élèves. Citons en vrac les apparitions de sujets absents jusque-là des cursus: le langage des ensembles et des relations dans les années 60, les structures algébriques, baptisées mathématiques modernes ou new math par la presse non spécialisée, les probabilités, la statistique, la combinatoire — très développée en Hongrie dès l'école élémentaire — les systèmes de numération, les opérateurs surtout, en France, à l'école élémentaire, les approximations et les encadrements, les décimaux, ces derniers mois le langage LOGO, l'analyse des données (depuis 1975), les structures flexibles, la topologie structurale, les fractales.

Citons encore une foule de «petits» sujets, petits par l'importance qu'ils occupent dans l'édifice mathématique traditionnel et pour beaucoup coupés des recherches actives au sens académique du terme: la géométrie du plan fini, la géométrie du carré ou de l'hexaèdre ou de n'importe quel «machin», le cube magique et ses dérivés, le mini-ordinateur de F. Papy, etc.

Citons aussi les disparitions de sujets occupant une place importante dans les programmes: la règle de trois à l'école élémentaire, les figures en géométrie pendant quelques années, la géométrie euclidienne, surtout dans $\mathbb{R}^3$, la théorie des nombres: il n'y en a plus dans les programmes français.

Citons enfin la pluridisciplinarité, tarte à la crème des milieux pédagogiques; on la ressort périodiquement, elle rythme les modes et les changements. Sorte de voeux pieux des pédagogues, on la trouve au centre de mille et un discours et absente de la plupart des pratiques enseignantes.

On parle aussi d'innovation au niveau de ce que l'on peut — faute de mieux — appeler les *méthodes pédagogiques*. La pédagogie Freinet, l'enseignement programmé, l'enseignement assisté par ordinateur, les méthodes actives, le travail sur fiches, le travail de groupes, la pédagogie institutionnelle, la redécouverte (pédagogie officielle au Maroc), l'utilisation de l'audio-visuel, le travail autonome, l'introduction des micro-ordinateurs, la pédagogie par objectifs; le problem-solving nord-américain, l'enseignement par le problème à Lyon, la pédagogie différenciée officielle en France, les groupes de niveaux. Au Québec, la pédagogie interactive, la pédagogie du projet, la pédagogie de l'environnement, la pédagogie du contrat, ...

Ma liste est brève et sommaire. Elle met sur le même plan certaines vogues comme le travail sur fiches qui n'ont vécu que quelques années et des innovations transformées progressivement en vastes mouvements doctrinaires: pédagogie par objectifs, pédagogie Freinet ou «pédagogie d'état» (méthode de la redécouverte au Maroc) ou encore des innovations contrôlées par les pouvoirs économiques comme l'introduction des micro-ordinateurs dans l'enseignement. Dans tout ce fatras, que peut-on percevoir de commun?

Le mécanisme de l'innovation peut sommairement se décrire ainsi. Au départ figure l'innovateur (un enseignant ou un petit groupe d'enseignants). Pour des raisons diverses, il a décidé de tenter quelque chose de nouveau. Le processus se poursuit alors de la façon suivante:

Première étape: Cela «marche»; alors c'est bien. Faisons-le connaître aux autres.

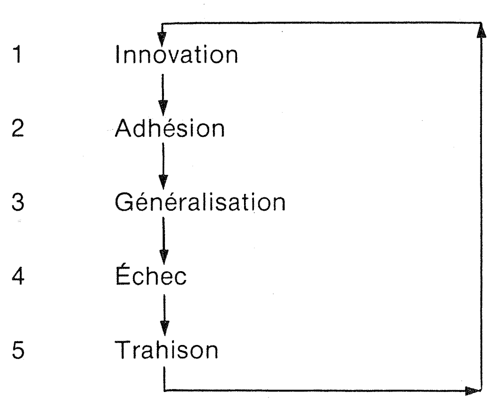
Deuxième étape: Pratique par d'autres innovateurs qui aboutissent aux mêmes conclusions.

Troisième étape: Extension - généralisation de l'innovation par des mouvements organisés (associations de spécialistes, syndicats, mouvements pédagogiques) ou par les pouvoirs publics (ministères, formateurs d'enseignants, inspecteurs) et amplification par les entreprises commerciales qui voient là de nouveaux marchés.

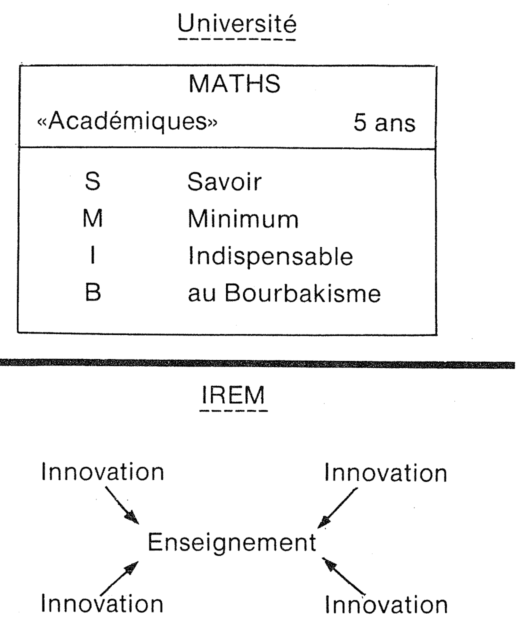
Quatrième étape: Constat d'échec ou d'échec relatif.

Cinquième étape: Les innovateurs de la première génération crient à la trahison; ce n'était pas ce qu'ils voulaient mettre en place; les enseignants n'ont pas été assez formés; les moyens matériels accordés ne suffisaient pas.

Sixième étape: Tout est prêt pour accueillir une nouvelle innovation.



Depuis des années ce schéma fonctionne de fait. Il est étroitement lié à l'actuelle stratégie de formation des enseignants. En France, on peut la décrire ainsi: l'université, fermée sur elle-même, délivre le SMIB (savoir minimum indispensable au bourbakisme); les IREM, chargés de la formation continue des enseignants de mathématiques, incitent à l'innovation. Entre les deux: un mur.



2. **La réaction didactique**

Il régnait dans le corps enseignant un consensus pour faire semblant de croire que dans l'innovation pédagogique, l'important, ce qui est déterminant, la variable principale, ce serait la petite modification de contenu ou de méthode que l'innovateur introduit. Les échecs multiples et répétés finirent quand même à voir avancer une première hypothèse qui peut aider à comprendre.

> Dans l'innovation pédagogique, le facteur principal n'est-il pas l'innovateur?

Lorsque le mouvement Freinet prit de l'ampleur, devant la multitude de questions qu'il soulevait, les chercheurs tentèrent de leur apporter des réponses. On vit alors apparaître des distinctions entre l'innovation qualifiée de sauvage, de spontanée, vouée à peu d'extension et peu ou pas de moyens matériels de la part des pouvoirs publics et les innovations dites contrôlées; mais par qui? De quelle façon?

Ainsi, en France, l'INRP est régulièrement chargé d'évaluer telle ou telle innovation. Aux USA, des conseillers en mathématiques se virent confier de semblables missions vers les années 75.

Une autre hypothèse fut également avancée. Pour les innovations, il ne faut pas parler d'«échec».

> Par nature même, les innovations ne changent rien parce qu'elles ne sont pas conçues pour changer quelque chose.

Elles se suivent et se succèdent sans effet profond. L'innovation, c'est comme la mode en couture. Pour les industriels, il en faut une nouvelle chaque année. Mais globalement, rien de nouveau: les changements de mode ne modifient pas le pouvoir économique des acheteurs potentiels. Ce sont les mêmes, chaque année, qui peuvent ou qui ne peuvent pas acheter les produits proposés.

Si l'on veut changer en profondeur de façon durable et non superficielle, au-delà des apparences, il faut d'abord *comprendre* comment fonctionne l'enseignement des mathématiques. Plus tard, dans un second temps, fort de ces connaissances «on» pourra agir. Dans ce but, il est nécessaire de mettre en place un dispositif de recherche pour tenter d'apporter des éléments de réponses à la question:

> Sur quoi le professeur de mathématiques peut-il agir pour obtenir certains effets?

Traditionnellement, jusque-là certains courants de recherche pensaient détenir — et eux seuls — la réponse ou des éléments de réponse à cette question.

a) Les mathématiciens d'abord; s'appuyant sur leur savoir mathématique, ils se sont toujours considérés comme en mesure de dire quoi enseigner et comment.

b) Les historiens des mathématiques qui, se tournant vers l'épistémologie, cherchent à comprendre la formation des idées et des concepts pour tenter d'en déduire une approche pour la classe.

c) Les sociologues qui, mettant en évidence l'impossibilité pour l'école de changer la société, poussaient de la sorte les uns à ce que l'on appelle aujourd'hui le «fatalisme sociologique» et les autres au «n'importe quoi» pédagogique.

d) Les psychologues qui, naturellement, ont étudié les processus d'apprentissage, mais pas en situation de classe; ils ont joué, depuis Piaget et depuis le développement de l'épistémologie génétique, un rôle moteur dans les recherches sur l'éducation. Ils ont aussi mis en lumière l'importance des phénomènes affectifs, importance insoupçonnée ou soigneusement refoulée jusque-là.

La recherche en didactique, en particulier en France autour des idées de Guy Brousseau, a pris le parti depuis les années 70 de n'ignorer rien de tout cela, de ne privilégier aucune de ces approches et de les intégrer toutes. La didactique se veut avant tout une *théorie des situations didactiques*.

Pour cela, depuis une décennie, elle s'efforce

- de préciser le problème qu'elle veut étudier (la construction du savoir mathématique en situation de classe);
- de forger des concepts spécifiques;
- de créer une méthodologie de recherche adéquate.

En se comparant à la médecine au XVIII^{e} siècle, elle se présente comme un savoir en voie de constitution dont les premiers résultats nous interpellent, nous praticiens, dans nos actions quotidiennes.

En décidant d'utiliser ou de ne pas utiliser tel ou tel document, en décidant du moment de présentation de tel ou tel théorème, des exemples, de leur ordre, des exercices, des problèmes, nous sentons bien confusément que nous prenons là des décisions capitales pour les futurs apprentissages de nos élèves. Mais nous doutons-nous du peu de rationalité de ces décisions? Sommes-nous capables pour chacun de ces choix et de ces *décisions didactiques*, d'en expliciter le pourquoi? Sur quoi nous appuyons-nous?

Dans ma classe, en tant qu'enseignant, je fixe les règles du jeu. Elles concernent les relations humaines entre les élèves et entre moi et les élèves; mais elles débordent largement ce cadre. Qui, entre nous, n'a-t-il pas besoin de préciser en début d'année «Moi j'exige que», «Dans telle situation vous devez faire telle chose»? Ces règles explicites et pour beaucoup implicites gouvernent ce qui se joue dans la classe entre les élèves, le maître et les mathématiques. Elles constituent le *contrat didactique*. Son importance fut longtemps insoupçonnée. Aujourd'hui, il semble que son influence s'exerce sur tout ce qui se passe dans la classe.

Le statut des objets mathématiques peut sembler clair aux mathématiciens professionnels; mais pour l'enfant = signifie «exécute», «calcule», «multiplie», «5 + 3 = » est une consigne. L'égalité n'est pas une relation; c'est une instruction, un ordre d'exécution; elle n'est donc pas symétrique.

L'opposé de 4 et −4, pour un enfant, ce n'est pas la même chose. Dans un manuel de cinquième, on donne des ensembles:

$$A = \{500 - 300;\ 750 - 220;\ 432 - 111\}$$
$$B = \{530;\ 184;\ 200;\ 321\}$$

et l'on demande «A-t-on A inclus dans B?». À un élève qui répond non, un maître fait observer que dans A, 500 et 300 ne sont pas éléments. Ils ne sont pas séparés par un point virgule, mais par un moins qui indique donc qu'il faut d'abord les soustraire; ainsi $500 - 300 = 200$ et 200 est élément de B. Réaction d'un élève: «Ha! mais c'est de la tricherie!».

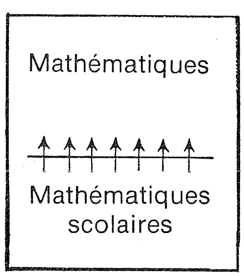
Pour l'élève, l'évaluation fixe les règles et lui dit ce qui est important plus que les discours du maître.

Dans nos classes, quelles sont les normes *implicites* que nous fixons? Comment les déceler? Comment en prendre conscience?

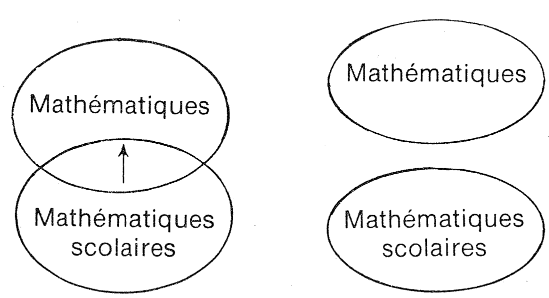
Les notions mathématiques se sont élaborées lentement et par à-coups. La création des nombres irrationnels, des nombres complexes, sont des exemples souvent cités. La notion de fonction a pris trois siècles avant de se présenter sous la forme que nos élèves rencontrent. Qui se doutait, avant les travaux de Glaeser, que la règle des signes ne se dégagea que très progressivement, qu'elle fut l'objet chez de grands mathématiciens (Euler, Carnot, etc.) de raisonnements aujourd'hui sévèrement prohibés pour les enfants de 12 à 14 ans et que sa forme actuelle de présentation remonte seulement à la fin du XIX^e^ siècle?

Depuis Bachelard, on étudie ce qu'il a appelé les *obstacles épistémologiques*. Quels liens entre eux et la difficulté que rencontrent nos élèves? Peut-on parler d'obstacles didactiques?

Avec l'institutionnalisation de l'école obligatoire, un nouveau domaine de savoir s'est créé au XIXe siècle à l'insu de tous. Il s'agit des *mathématiques scolaires*. Au XIXe siècle, elles devaient être constituées de la partie élémentaire des mathématiques indispensables à l'être social de l'époque et utiles pour les futurs scientifiques. Mais peu à peu, les mathématiques scolaires sont devenues un domaine spécifique, dont les relations aux mathématiques actuelles en cours d'élaboration ou utilisées par les autres sciences sont de plus en plus difficiles à percevoir.



Au XIXe siècle



Aujourd'hui

Bientôt?

Les opérateurs à l'école élémentaire, les relations ensemblistes, le trinôme du second degré auquel, en France, on consacrait traditionnellement de longs mois, sont des exemples parfaitement clairs de tels contenus. Pourquoi cette évolution? En quel sens se fait-elle? Comment? Pour favoriser quoi? Au détriment de quoi? D'où l'idée récente de Guy Brousseau de développer l'étude de ce qu'il nomme l'*épistémologie scolaire*; d'où l'intérêt de se pencher sur ce que Chevallard appelle la *transposition didactique*.

Peut-être pensez-vous que je suis là en train de faire un discours de propagande en faveur du courant didactique au sens que nous lui donnons en France? Je vais tenter, maintenant, de montrer qu'il n'en est rien et de m'expliquer sur ce point.

J'ai parlé plus haut de l'actuelle stratégie de formation des enseignants basée sur le couple SMIB-Innovation pédagogique.

Les didacticiens proposent une stratégie nouvelle, basée cette fois-ci sur le couple: SMIRD-didactique (savoir minimum indispensable aux travaux de recherche didactique).

Université		IREM
MATHÉMATIQUES		DIDACTIQUE
S	avoir	
M	inimum	
I	ndispensable	Enseignant
R	echerche	
D	idactique	
DIDACTIQUE		DIDACTIQUE

L'étau se resserre!

Le danger nous guette!

Il n'y aurait dans les IREM pour seule recherche que la recherche en didactique. Les didactocrates chercheraient pour nous, concluraient pour nous, élaboreraient pour nous et décideraient pour nous.

En est-il de même ici au Québec? Le risque est-il aussi grand, aussi proche?

Pour se défendre, pour se prémunir, tentons de proposer d'autres démarches, d'autres stratégies. Pour cela, revenons à notre métier d'enseignant.

3. Apprenons de notre enseignement [1]

Avant d'évoquer une autre démarche que j'appelle la *didactique-action* et de proposer une autre stratégie de formation, je vais parler d'expériences vécues et montrer par ces témoignages que chaque enseignant, chaque praticien est en mesure, s'il le désire, de *faire un* *pas de côté* et d'interroger sa pratique. Cela suppose naturellement qu'il le souhaite, qu'il désire changer et surtout qu'*il se donne des outils et des moyens d'analyse*.

Dans mon cas, c'est placé dans une situation inhabituelle par rapport à ma pratique courante que je fus amené à porter sur les apprentissages mathématiques un regard nouveau pour moi.

Un groupe d'adultes peu scolarisés à qui nous avions proposé des activités manipulatoires de type expérimental pour découvrir les propriétés de la constante π dans les cercles arriva à la conclusion $P/D = 3{,}1$ et $A/R^2 = 3{,}2$.

Se souvenant de l'existence du nombre π, ils en conclurent que π est égal à 3,1 et à 3,2 et donc que π est un «nombre variable».

Ce fait n'est pas isolé. En première année d'université, des étudiants peuvent affirmer que

1/3 est égal à 0,3333...

2/3 est égal à 0,6666...

0,3333... + 0,6666... est différent de 1

d'où ils concluent que $1/3 + 2/3$ n'est peut-être pas égal à 1.

À de tels étudiants, je demandais si

$$A = 1 \text{ et } B = 0{,}9999...$$

sont égaux. La réponse était non. Je leur demandais alors de trouver la valeur de $A - B$. Même après avoir estimé que $A - B = 0$, ils continuaient de penser que A et B sont distincts, *comme si le principe du tiers exclu ne fonctionnait pas au plus profond d'eux-mêmes*. Après avoir apparemment convenu de l'égalité de A et B, certains étudiants l'ont remise en question plusieurs jours après.

Pour mes élèves, les nombres n'ont pas le même statut que pour nous. Ils peuvent être variables, à la fois égaux et distincts.

Qu'est-ce qu'un nombre pour nos élèves?

En tant qu'enseignant, cela m'amène à me poser des questions sur *les modèles de nos élèves*. Laurence Viennot a mis en évidence la présence d'un modèle spontané en mécanique: $F = Mv$. Après un enseignement académique à l'université, le modèle académique $F = M\Gamma$ fonctionne dans une situation identifiée comme académique par le sujet; mais le modèle spontané fonctionne encore dans les autres cas. Les nouveaux modèles ne détruisent pas les anciens; ils cohabitent avec leur propre champ d'application.

Bachelard citait déjà l'exemple du corps plongé dans l'eau. Ce corps aurait une action; il nage, il résiste si l'on cherche à l'enfoncer. L'intuition première n'attribue pas la résistance à l'eau. Et Bachelard d'affirmer que lorsqu'il se présente à la culture scientifique, l'esprit n'est jamais jeune. «On connaît *contre* une connaissance antérieure, en détruisant des connaissances mal faites».

Le même phénomène se produit en mathématiques. À travers son vécu, son expérience personnelle, l'élève se forge progressivement des règles que je nomme des *théorèmes-élèves*. Ils ont pour lui le statut de théorème et ressemblent dans leur forme à des théorèmes-professeurs.

En sixième, étant donné deux ensembles A et B, on a toujours $A \subset B$ ou $B \subset A$.

En première année d'université, dans un examen partiel, il fallait calculer une limite de fonction trigonométrique. Cette limite valait $4/\pi$. Que trouvèrent 70% des étudiants, démonstration à l'appui? Le résultat 0 ou 1.

Regardez les exercices qui leur sont proposés depuis le lycée. Ce théorème-étudiant: «La limite d'une expression trigonométrique est toujours 0 ou 1» a une forte probabilité de fournir un résultat exact.

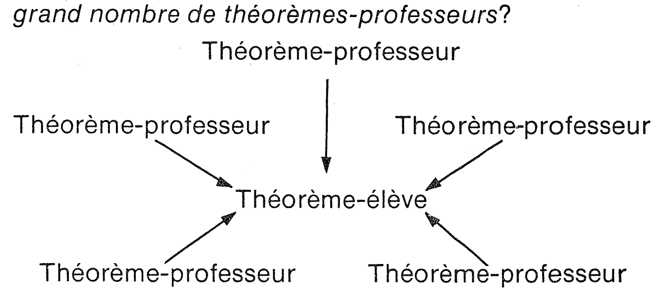
Quels sont les théorèmes de vos élèves?

Mais surtout, quelle en est l'origine?

Une enseignante de terminale (équivalent de votre dernière année de cégep), me rapportait des théorèmes-élèves qu'elle avait relevés:

- $f(x) < g(x)$ entraîne $\int f(x)\,dx + \text{cte} < \int g(x)\,dx + \text{cte}$
- $f(x_0) = g(x_0)$ entraîne $f'(x_0) = g'(x_0)$
- Si f est intégrable, positive et non nulle sur [a, b] alors
$$\int_a^b f(x)\,dx > 0$$
- Si f est strictement croissante et continue
$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

Combien mettons-nous de temps pour détecter l'erreur? *Comment la détectons-nous*? Par quel raisonnement? Que signifient de telles erreurs? Ne nous renseignent-elles pas sur la présence de difficultés objectives? Ne sont-elles pas d'une certaine façon liées à des obstacles épistémologiques? Bien que faux, ces théorèmes-élèves semblent raisonnables et *pleins de bon sens*. Comment, dans ce cas, faire en sorte que nos élèves les localisent, les dépassent définitivement? *Suffit-il de leur faire apprendre mécaniquement un grand nombre de théorèmes-professeurs*?



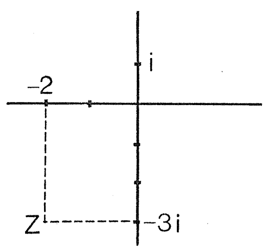
Il y a quelques mois, j'ai été intéressé par un article retentissant. Il s'agissait d'une enquête menée par l'IREM de Grenoble à l'école élémentaire. À des enfants de 8 à 10 ans, on demandait de répondre à la question suivante: «Sur un bateau se trouvent neuf chèvres et quinze vaches; quel est l'âge du capitaine?». 74% des élèves répondent 35 ans sans exprimer de doute sur leur réponse. Il s'agit d'*automatismes* dirait Stella Baruk.

Depuis cette enquête, j'observe autour de moi. Après quatre années d'études à l'université, on a demandé à des étudiants de calculer l'intégrale suivante:

$$\int_0^1 \frac{2x}{(2x^2+1)^2}\,dx$$

Sur 58 répondants, 32 ont répondu −1, sans voir qu'elle était divergente.

En première année d'université, j'ai demandé à des étudiants de mettre sous forme trigonométrique le nombre complexe $Z = -2 - 3i$.



J'ai obtenu pour réponse

$$\sqrt{13}\,(\cos 123° + i \sin 123°)$$

qui est dans le deuxième quadrant; ou

$$\sqrt{13}\,(\cos -56° + i \sin -56°)$$

qui est dans le quatrième quadrant!

En second cycle, on donne $f(x) = 3x^2 - x + 5$ et l'on demande de calculer $f(a + b)$; la réponse est 15. Réponse au hasard? Réponse stupide? Pas du tout. On identifie $3x^2 - x + 5$ à $ax^2 + bx + c$; donc a avec 3 et b avec −1, d'où $f(a + b) = f(2) = f(15) = 15$.

En premier cycle du secondaire (votre polyvalente), voici une liste extraite d'un travail fait par des enseignants de collèges. L'un d'eux, Michel Mante, s'est livré à un large relevé de semblables erreurs et tente actuellement de les classer pour y porter remède dans sa classe (voir *Sans Tambour Ni Trompette*, APMEP - IREM - LYON - nº 29).

$(\pi - 5)(x - 2) = 0$ entraîne $x = 2$ ou $\pi = 5$

$-1 - 19 = 18$

$3(ab) = (3a)(3b)$

$\sqrt{109} = \sqrt{100} + \sqrt{9} = 13$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$

$2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} = 5\overrightarrow{AC}$

$2x + 3x = 5x^2$

$-8t + 9t = 1$

Voici encore des exemples que certains d'entre vous m'ont signalés:

$\sin 5x = 5 \sin x$

$\dfrac{\sin x}{\cos x} = \dfrac{in}{co}$

$\dfrac{\sin 2x}{\cos 3x} = \dfrac{2}{3}$

$0{,}25 - 0{,}5 = 0{,}2$

$\dfrac{\text{Log } a}{\text{Log } b} = \text{Log } a - \text{Log } b$

$(xf(x))' = xf'(x)$

Je vais évoquer une expérience que j'ai répétée à deux reprises avec des professeurs en formation. J'ai proposé à un groupe d'enseignants en stage de construire un questionnaire formé de questions mathématiquement stupides portant sur le programme des collèges et de le proposer à un autre groupe d'enseignants de collèges également en formation. Les 19 enseignants de ce second groupe répondirent et répondirent *massivement* à ces questions stupides.

J'ai refait l'expérience à plus grande échelle, avec une soixantaine d'enseignants et d'inspecteurs et un autre questionnaire. Voici quelques exemples de questions posées et le pourcentage de réponses obtenues à certaines d'entre elles.

- Vers quoi tend 3,99999?
- Cocher la ou les bonnes réponses: ε
  - ☐ est infiniment grand
  - ☐ tend vers zéro
  - ☐ est infiniment petit
  - ☐ est arbitrairement petit
  - ☐ est plus grand que ε^2
  - ☐ est plus petit que ε^2

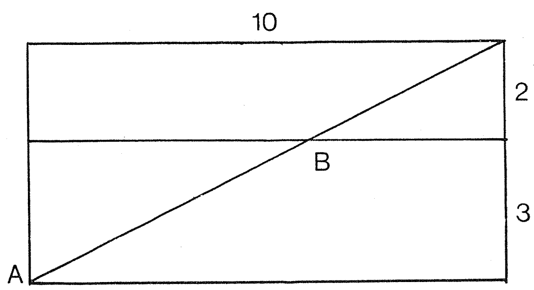
- Cocher la bonne réponse:
  - ☐ $\pi = 3{,}14$
  - ☐ $\pi = 3{,}14$
  - ☐ $\pi = 3{,}1416$
  - ☐ $\pi = \dfrac{22}{7}$
  - ☐ $\pi = \dfrac{352}{113}$

Questions	Nombre de réponses	Pourcentages
1	56	87%
2	50	80%
3	25	39%
4	12	18%
5	41	64%
6	32	50%
8	42	65%
10	27	42%
12	15	23%
14	27	42%

Vous constatez que les enseignants questionnés ont massivement répondu sans que leur esprit critique, leur méfiance augmentent au fur et à mesure qu'ils pénétraient ce questionnaire.

Où est leur attitude scientifique? *Ne sommes-nous que des automaths qui ne formons que des automaths*?

Ce comportement isomorphe entre élève et enseignant transparaît à d'autres niveaux. Dans une enquête nationale, on avait demandé à des bacheliers admis à l'École Normale d'Instituteurs de trouver la longueur du segment AB sur la figure suivante:



ce qui ne fait appel qu'aux théorèmes de Thalès et de Pythagore, enseignés en France quatre ans avant le baccalauréat. Le taux de réussite de ces bacheliers fut de 17%.

À la population d'enseignants de mathématiques et d'inspecteurs dont je parlais plus haut, j'ai posé la même question; le taux de réussite ne fut que de 41%.

Comment dépasser cette situation?

4. Vers une stratégie de formation-recherche

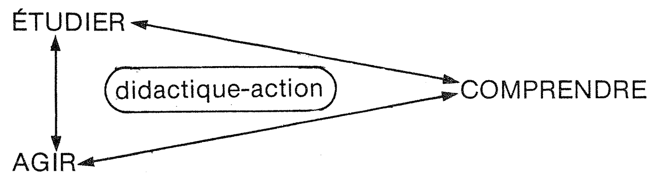
Il ne me suffit pas de savoir que les erreurs de mes élèves ne sont pas des réponses au hasard pour faire l'analyse de leur origine et pouvoir y porter remède.

L'exemple suivant éclaire mon propos. Un élève de 12 ans venait d'écrire $12 - 3 = 6$; je lui demande: «Pourquoi 6?». La réponse est instantanée: «Parce que $3 \times 4 = 12$ et $12 \div 2 = 6$». Qu'en conclure?

Une attention bienveillante, même soutenue, ne permet pas toujours de faire l'analyse, ni de comprendre les origines possibles de telles erreurs. A fortiori, cela rend impossible d'imaginer des situations susceptibles d'améliorer les apprentissages visés.

Je fais l'hypothèse que nous, enseignants de mathématiques, nous souhaitons changer cette situation et que nous sommes prêts à faire le pas de côté indispensable pour regarder autrement nos pratiques, pour comprendre ce qui se passe et pour agir en conséquence. C'est un programme en trois temps étroitement liés:

étudier,
comprendre,
agir.



Mais qui doit le concevoir et qui doit l'exécuter?

En France, les chercheurs en didactique revendiquent ce rôle en s'appuyant sur des arguments méthodologiques, mais aussi idéologiques, qui reflètent leur idée du savoir, de la production du savoir et de la division du travail et des responsabilités dans notre société. Par ailleurs, ils excluent dans l'immédiat de pouvoir appliquer leurs recherches à l'enseignement; c'est trop tôt. Ils demandent un délai de plusieurs années. Mais nous, dans nos classes, pouvons-nous attendre? Sûrement pas. Il est donc indispensable d'imaginer et de développer d'autres stratégies de formation-recherche; la *didactique-action*, dont je vais parler, en est une.

La didactique-action transpose au champ de la didactique certaines idées de la recherche-action.

Indissociables, la recherche et l'action sont menées par *les praticiens, dans* ***leurs*** *classes avec* ***leurs*** *élèves*.

L'objectif n'est pas d'apporter un résultat théorique nouveau qui s'ajouterait à la liste des résultats déjà obtenus par d'autres. Lorsque je pratique de la didactique-action, il s'agit pour moi de comprendre ce qui se passe dans ma classe, comment mes élèves construisent leur savoir mathématique et quels obstacles ils rencontrent.

Cette démarche demande d'imaginer des situations didactiques favorisant *simultanément*:

- la compréhension, par nous enseignants, du développement cognitif de nos élèves;
- certains apprentissages de nos élèves qui sont en classe pour apprendre des mathématiques.

	Recherche scientifique traditionnelle	Didactique-action
Au départ	Une question pertinente pour la communauté scientifique.	Une question que le praticien se pose sur sa classe.
Attitude vis-à-vis du savoir	Le savoir-didactique est central et est un *but en soi*. C'est le point de départ sur lequel on s'appuie et le point d'arrivée qu'il s'agit d'augmenter.	Le praticien, par son action, cherche à augmenter *son* savoir. Il utilise les travaux des autres comme *moyens*, parmi d'autres, de faire progresser son interrogation.
Attitude vis-à-vis du temps	Deux temps avec une chronologie: - maintenant: comprendre; - plus tard: agir.	Un temps *dialectique*: on tente d'agir et de comprendre *simultanément*.
Acteurs	Deux populations hiérarchisées: - des chercheurs payés pour cela; - des praticiens qui fournissent un terrain.	Une population de praticiens-chercheurs.
Terrain	*Des* élèves en situation *de* classe.	*Mes* élèves dans *ma* classe.
Productions	Rapports - thèses - articles pour revues spécialisées.	Situations didactiques.
Applications pratiques	Didacticiens, produits plus tard, par des ingénieurs en ingénierie didactique pour tous les enseignants.	Moyens didactiques produits maintenant par chaque enseignant pour sa classe.

Dans une recherche scientifique traditionnelle, le point de départ est une question nouvelle pour la communauté. Avant d'entreprendre toute investigation, le chercheur doit s'assurer de la pertinence de son problème et qu'il apportera quelque chose de nouveau. Il commence par faire le point des connaissances sur le sujet d'étude au moment où il l'aborde. Pour le praticien, le point de départ d'un travail de didactique-action est une question qu'il se pose au sujet de ce qui se passe dans *sa* classe. C'est donc là qu'il va essayer de comprendre et d'agir. Pour lui, il ne peut y avoir deux temps très séparés et éloignés l'un de l'autre. À chaque instant, il doit agir. Son choix est donc simple:

ou bien continuer d'*agir sans comprendre*
ou bien tenter d'*agir en comprenant* ce qui se passe.

Le tableau ci-dessus résume certaines distinctions entre recherche traditionnelle de type scientifique et didactique-action. La didactique-action ne s'oppose pas à une recherche plus scientifique en didactique. Les deux doivent s'enrichir. La didactique-action peut attirer l'attention des chercheurs professionnels sur des questions qu'ils ne soupçonnent pas. En contrepartie, ces derniers doivent fournir aux praticiens des idées pour imaginer des situations didactiques adéquates à l'étude des problèmes qu'ils se posent.

Par exemple, à Lyon, c'est au sein de l'atelier de didactique qu'un enseignant de collège, Yves Guichard, a puisé l'idée d'un travail qu'il a mené sur la communication de figures géométriques au sein de sa classe (voir *Sans Tambour Ni Trompette*, Bulletin APMEP - IREM, numéro 29).

Nous n'allons pas décerner un «brevet de didactique-action» en essayant de citer tous les travaux qui s'y rattachent. Nous allons seulement en citer quelques-uns effectués ou en cours.

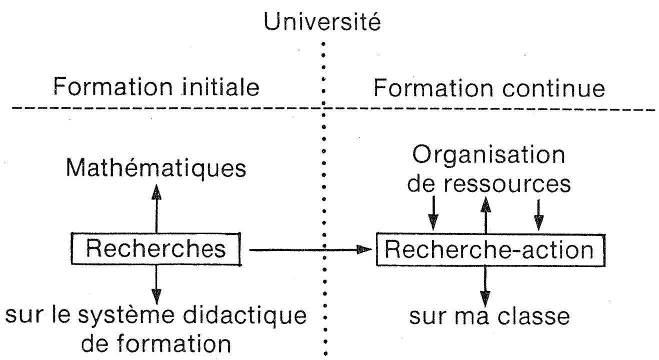
Au Québec, le travail de P. Mathieu sur le problème apparaît comme de la didactique-action.

À Rabat, Bemmouna, en guise de formation pour des professeurs stagiaires, leur a proposé une étude sur les procédés heuristiques utilisés par leurs élèves. Il a présenté ce travail lors d'un colloque à Lyon sur le rôle du problème, en mai 1982.

En France, le groupe GEDEOP est un groupe national formé presque exclusivement d'enseignants de collèges et de lycées. Pendant plusieurs années, il a travaillé à la mise en place de pédagogie par objectifs dans ses classes. Aujourd'hui, ce groupe vient de se transformer en un groupe de recherche-action, le GREFFE, groupe de recherche et d'expérimentation par l'observation des enfants en apprentissage et par l'explicitation et la communication des situations d'apprentissage pris en charge par le groupe classe.

À Lyon, plusieurs travaux sont en cours ou déjà réalisés; outre celui sur la communication des figures géométriques d'Yves Guichard dont je parlais plus haut, je peux évoquer un travail sur le rôle du problème dans le premier cycle et un autre sur les erreurs des élèves par Michel Mante. Notre bulletin régional de l'APMEP a décidé, à partir de son numéro de novembre 1982, d'ouvrir une rubrique de didactique-action. Vous pouvez donc nous envoyer les textes de vos travaux [2] quand, à votre tour, dans vos classes, vous vous livrerez à de la didactique-action.

Je me dois d'expliciter plus la stratégie de formation à laquelle conduit cette démarche. En formation initiale, l'université propose des situations-recherche, tant en mathématiques que sur le système didactique de formation proposée. En formation continue, les institutions de formation du type IREM organiseront des ressources aidant les enseignants à mener des travaux de didactique-action sur leur classe.



Cette stratégie pose un problème difficile, notamment pour la formation continue: Quelles ressources organiser à l'intention des enseignants? Comment les organiser?

Pour terminer, j'ai regroupé quelques thèmes généraux qui nous concernent tous. Ils peuvent servir de point de départ à des travaux plus précis.

- Quels sont les *procédés heuristiques* employés par mes élèves? En calcul? En algèbre? En géométrie?
- Les *normes implicites*: Quelles sont-elles? Comment les déceler? Quelles influences exercent-elles sur les apprentissages de mes élèves?
- Quels sont les *théorèmes-élèves* de mes élèves? D'où viennent-ils? Comment en tenir compte dans les situations d'apprentissage que je propose?
- Pour mes élèves, qu'est-ce qu'un *problème*?
- Que dois-je faire pour que mes élèves tirent parti de leurs erreurs?
- Qu'est-ce qu'une *preuve* pour mes élèves?

---

1. Le contenu de ce paragraphe reprend une partie de *Que nous apprennent les erreurs de nos élèves?*, Bulletin APMEP, numéro 335, septembre 1982, pages 657-670.
2. Envoyer les textes à Alain BOUVIER
Université Claude Bernard - Lyon 1
Département de Mathématiques
43, Boulevard du 11 novembre 1918
69622 Villeurbanne Cedex

Colloque annuel du groupe nord-américain «Psychology of Mathematical Education»
Montréal
Centre Montfortin
29 septembre au 1er octobre 1983

Les personnes qui désirent proposer une communication doivent contacter **le plus tôt possible**
Jacques C. Bergeron
Section Enseignement primaire
Faculté des sciences de l'éducation
Université de Montréal
C.P. 6203, Succ. A
Montréal H3C 3T3
Tél.: (514) 343-7434

Dans le prochain bulletin
nous présenterons un FLASH
sur le dernier congrès de l'AMQ,
en octobre 1982.

Le prochain congrès de l'AMQ,
à l'occasion du 25e anniversaire
de fondation de l'Association,
aura lieu à Québec
les 20-21-22 octobre 1983.