Construction et apprentissage du concept d'aire chez l'enfant du primaire

Bernard Héraud
DEPP Université de Sherbrooke

Cette présentation rapporte certains résultats d'une recherche doctorale visant à cerner les problèmes de construction et d'apprentissage du concept d'aire chez des enfants de 9 ans. Diverses tâches ont été élaborées en tenant compte d'un modèle permattant de décrire la compréhension de concepts mathématiques. Les principaux obstacles cognitifs rencontrés sont décrits et analysés selon leur degré de difficulté. Des implications sur le plan didactique sont également formulées.

Le domaine de la mesure et plus particulièrement celui de la mesure des surfaces, forme un champ d'étude de toute première importance dans le cadre de l'apprentissage des mathématiques. Il constitue tout d'abord le passage charnière des mesures unidimensionnelles aux mesures multidimensionnelles. Ensuite, il se trouve relié à plusieurs notions mathématiques fondamentales, pour lesquelles il sert de support. Enfin, sur le plan didactique, il ne s'agit pas d'un concept limité dont la compréhension est sans poser de problème. Au contraire, l'élaboration du concept d'aire fait appel à celle de multiples sous-concepts fondamentaux qui nécessitent souvent une fort longue période d'apprentissage.

Diverses enquêtes, menées entre autres aux États-Unis (*cf.* Lindquist et Kouba, 1990), nous montrent que les notions les plus élémentaires, concernant le concept d'aire, sont loin d'être acquises par les enfants du primaire. Ainsi, ces études révèlent que seulement le quart des enfants de neuf ans sont en mesure de pouvoir déterminer l'aire d'un simple rectangle pourtant subdivisé en carrés-unités. Ces résultats sont très stables d'une enquête à l'autre, et aussi d'un continent à l'autre. La fragilité de ces connaissances se retrouve également dans l'enseignement secondaire comme l'a montré Hart (1981), et même chez certains adultes (Beattys et Pace, 1988; Héraud, 1990).

Cette connaissance superficielle de l'aire du rectangle est visiblement due à un manque de compréhension des concepts sous-jacents (Hiebert, 1882). Il s'agit tout d'abord de distinguer les deux éléments constitutifs de ce concept, à savoir la surface en tant que grandeur non mesurée, et ensuite la mesure attachée à cette surface. Les problèmes de conservation rattachés à chacun de ces sous-concepts n'évoluent pas nécessairement de façon parallèle. Par ailleurs, la notion d'unité recèle de nombreuses difficultés qui proviennent entre autres de la reconnaissance de sa bidimensionnalité et de sa relation avec le nombre-mesure. Enfin, la recherche d'une formulation appropriée passe par l'utilisation de procédures de dénombrement qui posent problème à l'enfant en raison de leur nature propre, ou encore en raison de la confusion avec le périmètre.

Il est évident qu'il manque des supports didactiques appropriés pour favoriser un véritable apprentissage de ce concept. Pour cela, il faut savoir comment organiser les sous-concepts fondamentaux qui lui sont reliés, déterminer les difficultés qu'ils soulèvent et tenter de voir comment il est possible de les surmonter. C'est ce que nous avons voulu réaliser au cours de notre étude. Pour ce faire, nous avons été amenés à rechercher tout d'abord un modèle de compréhension servant de cadre référentiel et permettant de décrire et de rassembler les éléments qui interviennent dans la construction du concept d'aire.

Un modèle d'analyse conceptuelle

L'examen des divers modèles qui ont essayé d'identifier les différents modes de la compréhension en mathématiques nous a conduit au choix d'un modèle qui se situe dans une perspective constructiviste de l'apprentissage, ce qui convenait mieux à la réalisation de nos objectifs. Nous avons opté pour le modèle "élargi" de la compréhension de Herscovics et Bergeron (1988).

Ce modèle comprend deux paliers, le premier décrivant la compréhension des concepts physiques préliminaires et le second décrivant l'élaboration des concepts mathématiques émergent. Le premier palier comprend trois niveaux qui prennent appui l'un sur l'autre: La compréhension intuitive, la compréhension procédurale logico-physique et l'abstraction logico-physique. Le second palier parle plutôt de composantes que de niveaux pour mieux traduire l'interrelation qui existe entre les composantes, au nombre de trois: la compréhension procédurale logico-mathématique, l'abstraction logico-mathématique et finalement la formalisation (*cf.* figure 1):

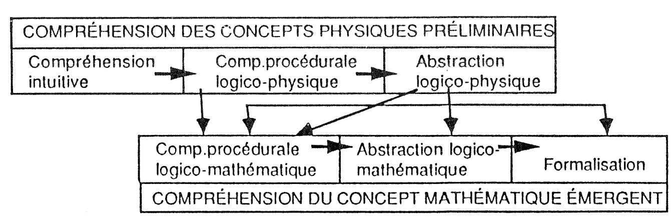

Figure 1 : Modèle élargi de la compréhension

Ce modèle s'applique particulièrement bien à la description de la compréhension des concepts liés à la mesure. Le premier palier concerne une grandeur non mesurée (comme la surface), alors que le deuxième palier touche à une grandeur qui le devient (comme l'aire ou plus précisément ce que nous avons appelé le "nombre-mesure").

À l'aide de ce modèle, nous avons procédé à une analyse épistémologique (dans le sens de croissance des connaissances) des concepts de surface et d'aire. Avec cette analyse, nous avons ainsi établi un cadre conceptuel rationnel permettant de mieux saisir les différentes composantes qui constituent le processus de construction du concept d'aire du rectangle. Cette analyse a aussi mis en évidence les nombreux obstacles qui peuvent se présenter à l'enfant dans la compréhension de ce concept. Elle a également permis de mieux situer ces obstacles les uns par rapport aux autres et de montrer leur rôle dans la constitution de la connaissance.

Le cadre expérimental

Le modèle d'analyse précédent nous a donc servi comme référentiel pour jeter les bases d'un plan d'enseignement qui visait essentiellement à répondre à la question suivante: "Comment est-il possible de guider l'enfant dans la construction du concept d'aire ?" En conséquence, il nous a fallu déterminer selon quelle approche nous allions réaliser cette séquence d'enseignement.

Nous avons porté notre choix sur une approche constructiviste de l'apprentissage, ce qui cadre davantage avec la réalisation des objectifs visés. Cette approche s'inspire de l'épistémologie génétique de Piaget et plus particulièrement de sa théorie de l'équilibration (1975). Dans une perspective constructiviste de l'apprentissage, les obstacles cognitifs jouent un rôle fondamental dans le sens qu'ils deviennent des éléments indispensables dans la construction du savoir. Les obstacles cognitifs peuvent être considérés comme des difficultés d'apprentissage qui ne sont pas de nature idiosyncrasique mais, au contraire, largement répandues chez les enfants. Selon Brousseau (1989) les obstacles cognitifs proviennent de trois origines: épistémologique, lorsqu'ils sont liés au développement historique du concept, ontogénique, lorsqu'ils sont liés au développement cognitif de l'individu, et finalement didactique, lorsqu'ils sont liés à la transposition didactique elle-même.

C'est dans cette optique que nous avons élaboré une séquence d'enseignement dont le contenu trouve son origine dans l'analyse conceptuelle précédemment établie et dont le déroulement s'appuie sur cette conception du développement du savoir en termes de franchissement d'obstacles cognitifs. Il s'agit alors, sur le plan didactique, d'organiser le franchissement de ces obstacles en mettant l'enfant en situation de conflit cognitif, entre sa conception ancienne qui ne peut plus s'appliquer et une conception nouvelle qui doit s'imposer. Le rôle du didacticien consiste à mettre en place des "situations-problèmes" qui permettent de mettre en évidence les obstacles cognitifs et qui proposent un cheminement pour les surmonter.

Cette séquence a été expérimentée auprès de trois élèves de niveaux différents (fort, moyen et faible) et se situant à un stade propice pour entreprendre la construction du concept de l'aire du rectangle. L'expérimentation s'est déroulée sous forme d'entrevues cliniques. Ces entrevues se sont effectuées sur une base régulière, avec des périodes de 45 minutes, à raison de deux fois par semaine, pendant deux mois consécutifs. Nous avons ainsi pu suivre pas à pas chaque enfant dans son cheminement et établir la nature et le degré des obstacles rencontrés. La séquence d'enseignement a été précédée d'un pré-test et suivie d'un post-test (trois mois après le prétest) afin de permettre une meilleure caractérisation de l'évolution des acquisitions faites par les enfants.

Les obstacles cognitifs

Dans ce qui suit, nous allons faire part des différentes difficultés rencontrées au cours de l'expérimentation, en essayant de montrer si ce sont de réels obstacles cognitifs ou bien des difficultés plus superficielles (d'ordre technique, de nature idiosyncrasique, artefact ou autre). Nous allons ainsi examiner les obstacles qui sont apparus plus particulièrement pour le concept d'aire, en les présentant selon les trois plans du deuxième palier du modèle de Herscovics et Bergeron: la compréhension procédurale, l'abstraction et finalement la formalisation.

Le plan de la compréhension procédurale

<u>La pertinence d'une unité commune de référence</u>

Un des premiers problèmes rencontrés concerne la pertinence de l'utilisation d'unités identiques par rapport à l'emploi d'unités diverses et sans rapport entre elles, pour effectuer une opération de mesure. Ceci conduit à la reconnaissance de la pertinence de l'utilisation d'une unité commune. Les sujets n'ont pu résoudre ce problème lorsqu'il leur a été présenté lors du prétest. Par la suite, ils se sont assez vite rendu compte qu'il n'était pas facile de comparer des mesures avec des unités différentes et qu'il valait mieux n'utiliser qu'**un seul type d'unités** pour faciliter la comparaison des résultats. Par contre, lors du post-test, ils n'ont pas été capables de penser à appliquer ce principe sans une intervention de notre part.

Malgré ces faiblesses, nous ne croyons pas que ce problème recèle un véritable obstacle cognitif sur le plan ontogénique, dans le sens qu'il n'y a pas à vrai dire une connaissance à construire qui va à l'encontre d'une connaissance antérieure. Il n'existe pas, dans ce cas-ci, de réelle opposition entre ces deux types de connaissances. En effet, le problème revient à constater qu'il est simplement plus commode de mesurer avec un seul type d'unités que d'utiliser des unités diverses, et c'est ce que les enfants ont admis assez facilement suite à notre séquence didactique, même s'ils n'ont pas pensé à appliquer ce principe de manière naturelle lors du post-test. Nous pouvons donc plutôt parler ici d'une connaissance à acquérir sur la notion même d'unité, ce qui n'a pas posé de problème majeur à nos sujets.

Le choix du carré-unité

Plusieurs études récentes (Maher et Beattys, 1986; Héraud, 1987) ont fait état des liens qui existaient pour les enfants entre la forme de la figure à mesurer et celle de l'unité choisie. Ils ont tendance à croire que le choix des surfaces-unités est fonction de la configuration de la forme à recouvrir. Dans ce sens, il est beaucoup plus naturel pour eux de recouvrir un rectangle avec des unités de forme rectangulaire, plutôt que de n'utiliser que des carrés. Dans le cas présent, nos sujets se trouvaient face au problème du choix d'une unité de surface qui puisse le mieux convenir pour mesurer l'aire d'un rectangle. Comme il fallait s'y attendre, dans un premier temps, ils ont préféré le rectangle-unité au carré-unité, et il a été assez difficile de faire admettre aux deux sujets les plus faibles la pertinence de choisir le carré-unité.

Dans ce cas, nous nous trouvons face à un obstacle cognitif réel. En effet, les enfants s'orientent naturellement vers des unités qui ont la même forme que la figure à mesurer. Le carré-unité n'est donc pas une unité qui s'impose d'emblée pour exprimer l'aire d'un rectangle. Nos sujets nous expriment clairement qu'ils préfèrent les rectangles-unités aux carrés-unités pour recouvrir un rectangle donné, car cela va **plus vite**. Ils sont sensibles toutefois à la régularité du carré qui permet un seul type de recouvrement d'un rectangle contrairement aux rectangles-unités avec lesquels les configurations peuvent être différentes. Mais ils ne peuvent être conscients, vu l'état antérieur de leurs connaissances, de l'avantage du choix du carré-unité par rapport aux autres unités dans le sens qu'ils ne peuvent encore faire le lien entre le choix de cette unité et le fait que l'aire d'un rectangle s'exprime alors simplement à partir des dimensions linéaires de cette figure. C'est ce qui explique probablement pourquoi ils acceptent sans difficulté le triangle rectangle isocèle comme unité qui puisse convenir au même titre que le carré-unité, car les deux unités permettent de recouvrir parfaitement les rectangles présentés. Nous voyons donc que ce problème de la pertinence du carré-unité comme unité de surface ne peut être entièrement résolu tant que la relation entre l'aire du rectangle et les dimensions de ses côtés ne se trouve pas clairement établie.

Le dénombrement des unités

Différents auteurs (Hirstein *et al.*, 1978; Carpenter *et al.*, 1981) ont identifié certaines erreurs effectuées par des enfants du primaire dans le dénombrement des unités sur un quadrillé plein ou encore incomplet. L'une des plus typiques consiste à compter deux fois le carré-unité qui se trouve dans un coin d'un rectangle. Nous avons seulement trouvé cette erreur chez un de nos sujets, et celui-ci, après avoir pris conscience de son erreur, ne l'a plus reproduite. Un autre problème clairement identifié chez les trois sujets fut celui du repérage dans le processus de **dénombrement** des unités. Nous l'avons surtout rencontré lors de l'utilisation d'une "grille" incomplète où ne figurent, sur le demi-pourtour d'un rectangle, que les marques correspondant aux unités de longueur, ce qui fait qu'il faut imaginer les carrés-unités. Le problème est d'autant plus aigu que le rectangle à mesurer possède de grandes dimensions. Cependant, ce problème a été relativement vite résolu lorsque nous avons fourni aux enfants un moyen concret leur permettant de mieux se repérer dans le dénombrement des carrés-unités fictifs.

Si nous nous basons sur les résultats de notre expérimentation, nous pouvons dire que ces difficultés ne constituent pas de réels obstacles cognitifs comme certains chercheurs le laissaient entendre. Il faut peut-être y voir deux raisons. Tout d'abord, la difficulté concernant le repérage est avant tout d'ordre technique, et il suffit alors de fournir un support concret à l'enfant pour qu'elle soit résolue. Ensuite, le fait que nous ayons suivi une démarche constructive d'apprentissage de la notion d'unité d'aire a eu peut-être pour effet de résoudre le problème de confusion entre les unités de surface et les unités linéaires qui se présente ordinairement aux enfants qui n'ont pas vécu au préalable ces expériences.

Le plan de l'abstraction

La relation entre surface et aire

Nous avons établi une différence entre le concept de surface vue comme une grandeur physique non encore mesurée (la surface-étendue) et celui de l'aire vue comme mesure de cette surface (le nombre-mesure). Il faut comprendre alors que l'expression de la mesure d'une surface puisse varier (différents nombres-mesure), sans pour autant que la grandeur de cette surface (la surface-étendue) change. Avec les sujets de notre expérimentation, nous n'avons pas rencontré de problèmes particuliers à ce sujet. Ils ont même été conscients de la relation inverse entre le nombre-mesure et la grandeur de l'unité, dans le sens qu'ils ont clairement exprimé que plus l'unité était petite, plus le nombre-mesure devenait grand.

Un autre aspect de la relation entre surface et aire concerne la reconnaissance que l'équivalence de deux surfaces (même surface-étendue) entraîne l'égalité de leurs mesures (les aires) et réciproquement. Beilin (1964) laisse entendre que cette relation peut être difficile à établir pour des enfants de troisième année. En fait, les sujets que nous avions n'ont pas rencontré de difficulté à établir que deux surfaces qui avaient des mesures égales (avec la même unité) étaient équivalentes. Curieusement, dans l'autre sens, cela a posé des problèmes pour les deux enfants les plus faibles. Ils n'étaient pas réellement convaincus que deux surfaces équivalentes avaient des aires identiques. Mais il faut peut-être voir dans ce doute un souci de vérification puisque les surfaces impliquées n'étaient pas visuellement équivalentes.

La perception visuelle d'une figure

Les travaux de Piaget *et al.* (1948/1973) ont montré clairement que l'enfant, jusque vers l'âge de 7-8 ans, reste sous l'influence de la perception visuelle des figures. Ainsi une figure allongée peut lui paraître avoir une étendue plus grande qu'une première figure plus compacte et pourtant composée des mêmes éléments (*cf.* figure 2).

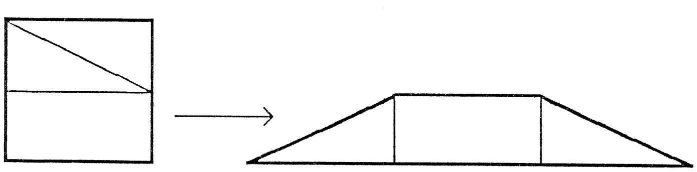

Figure 2 : Comparaison de surfaces équivalentes

Nous avons trouvé une telle réaction seulement chez l'enfant le plus faible. Mais en lui faisant prendre conscience que les figures étaient composées des mêmes pièces, il est parvenu à déduire que les deux surfaces étaient bien équivalentes. Nous n'avons pas retrouvé ensuite une telle erreur, même lors du post-test, chez un seul de nos sujets.

Ceci semble indiquer que cet obstacle, constitué par l'apparence trompeuse d'une figure, n'existe plus ou semble facilement surmontable pour les enfants de 9 ans, selon nos observations. Mais même si le raisonnement l'emporte sur les jugements d'ordre perceptif dès cet âge, il ne faut pas oublier que l'emprise de la perception reste très forte par la suite et peut conduire à certaines erreurs.

La relativité de l'aire par rapport à l'unité

Nous savons, également d'après Piaget *et al.* (1948/1973), qu'il faut attendre ce que ces auteurs dénomment le stade IIIB des opérations concrètes (vers 9-10 ans) avant que l'enfant tienne compte de la différence entre des unités diverses. Le fait de considérer toutes les unités comme identiques a comme conséquence que l'enfant se fie uniquement au nombre total d'unités pour établir des comparaisons entre deux mesures. Par exemple, dans le cas suivant (*cf.* figure 3), l'enfant affirme que le triangle est plus grand que le carré car il comporte 10 unités au lieu de 9 pour le second.

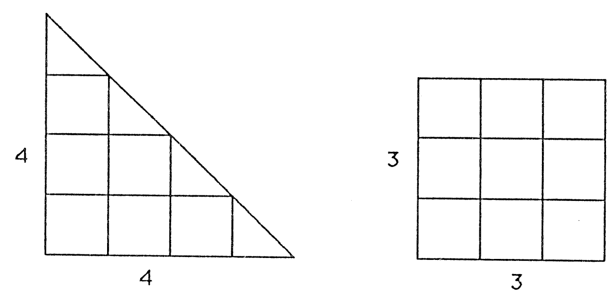

Figure 3 : Influence du nombre d'unités

À propos de cette difficulté, nous émettons l'hypothèse qu'elle représente un obstacle cognitif de nature **arithmétique**. En effet, la connaissance antérieure que l'enfant a des nombres lui fait dire, par exemple, que 10 unités c'est nécessairement supérieur à 9 unités, car il a appris que "10 est toujours plus grand que 9". Il doit donc reconsidérer ce modèle arithmétique à la lumière de ses nouvelles acquisitions pour établir que, dans le domaine de la mesure, il faut tenir compte non seulement du nombre mais aussi du **type d'unités** qui se trouvent en présence. Nous avons rencontré cet obstacle chez les deux enfants les plus faibles. Il a été relativement vite surmonté par le plus fort des deux, mais absolument pas par l'autre qui retombait presque systématiquement dans cette fausse croyance chaque fois que ce problème lui était présenté. Nous pensons qu'il s'agit là d'un véritable obstacle cognitif qui n'est pas toujours facile à franchir et qui se retrouve assez fréquemment chez les enfants qui en sont au début de leur démarche d'apprentissage de la mesure.

Le plan de la formalisation

Vu le jeune âge de nos sujets (9 ans), nous n'avons pas pu réellement travailler au plan de la formalisation. Toutefois, au cours de notre expérimentation, nous avons rencontré quelques obstacles qui touchent la démarche de formalisation.

La différenciation entre les unités de surface et les unités linéaires

Lorsque les enfants abordent la mesure des surfaces, ils se trouvent à devoir utiliser des unités bidimensionnelles, alors qu'ils ne se sont servis auparavant que d'unités linéaires. Cette connaissance antérieure crée un obstacle dans le sens que les enfants peuvent être portés à utiliser les unités linéaires en tant qu'unités de surface et réciproquement. Nous avons retrouvé principalement chez un enfant ce genre de confusion. Ainsi, il lui est arrivé de vouloir utiliser des bâtonnets représentant des unités de longueur pour paver un rectangle, donc comme unités de surface. Inversement, il s'est servi de carrés-unités comme unités linéaires. Nous avons vu aussi les deux sujets les plus faibles employer les unités linéaires conventionnelles (le cm et le dm en l'occurence) à la place des unités de surface (respectivement le cm^2 et le dm^2) et réciproquement pour l'un deux.

Bien que nous n'ayons pas vu ce genre d'obstacle chez l'élève le plus fort, il est symptomatique que les deux autres sujets l'aient rencontré, et ce, même à la fin de notre expérimentation. Cet obstacle agit en fait dans les deux sens suivants. Tous d'abord la notion d'unité linéaire fait obstacle à la reconnaissance de l'unité de surface, le sujet cherchant à "bidimensionnaliser" en quelque sorte l'unité linéaire pour en faire une unité de surface. Ensuite, une fois constituée l'unité de surface (comme le carré-unité), celle-ci fait obstacle à son tour à la reconnaissance de l'unité linéaire, car le sujet matérialise l'unité de longueur à partir de l'unité de surface. Il s'ensuit une confusion entre les deux types d'unités pour les enfants qui ne font pas cette différenciation.

L'expression d'une mesure bilinéaire à partir de mesures linéaires

Nous retrouvons ici un obstacle qui s'appuie sur le précédent. Même si les enfants ont fait la distinction entre les deux sortes d'unités (linéaires et bilinéaires), il leur faut se rendre compte à présent qu'il est possible de dénombrer des unités de surface tout simplement à partir d'un dénombrement des unités linéaires. La différenciation entre les deux sortes d'unités peut donc jouer le rôle d'obstacle cognitif dans le sens que l'enfant se refuse à mesurer une surface à partir d'unités qui ne sont pas bidimensionnelles.

Nous avons rencontré ce problème chez chacun de nos sujets. Il y a tout d'abord eu le fait que les unités linéaires ont été employées pour représenter concrètement les unités de surface, soit en constituant le contour, soit en reproduisant la surface même. Ensuite, même lorsqu'ils ont su disposer les unités linéaires sur la longueur et la largeur du rectangle, ils ont longtemps senti le besoin de se représenter mantalement les carrés-unités comme s'ils étaient réellement présents sur le rectangle. Même à la fin de notre expérimentation, nous avons vu nos trois sujets utiliser une stratégie de comptage primitive. Ce passage du dénombrement des unités de surface à une formulation ne tenant compte que des unités linéaires n'est donc pas une étape facile à franchir au vu de notre expérimentation.

La distinction entre aire et périmètre

Certaines études (Wagman, 1975; Beattys et Pace, 1988) peuvent laisser croire que les enfants confondent les concepts d'aire et de périmètre, l'enfant considérant la mesure du périmètre comme étant l'expression de l'aire d'une figure donnée. En fait, les résultats de notre expérimentation nous ont révélé que nos sujets distinguaient clairement ces deux concepts. Par contre, ils avaient tendance à croire que les mesures associées étaient **très proches** l'une de l'autre et qu'elles évoluaient parallèlement. Donc, pour eux, il n'y avait pas de grande différence entre les résultats numériques de ces mesures, d'où la **confusion apparente** entre les deux concepts. Nos trois sujets ont tous commis cette erreur.

Sur le plan procédural, nous retrouvons une double fausse équivalence qui peut expliquer cette association. Tout d'abord, l'aire du rectangle est réduite au nombre de carrés-unités figurant sur son pourtour en négligeant les carrés-unités qui se trouvent "à l'intérieur" de cette couronne. Puis, ce nombre de carrés-unités sur le pourtour est associé au périmètre dans le sens que l'enfant relie faussement chaque carré-unité à une unité linéaire. Le fait de retrouver si souvent cette procédure peut s'expliquer aussi parce qu'elle apparaît plus concrète et plus naturelle pour l'enfant que la procédure plus complexe qui revient à déterminer le nombre de rangées et de colonnes. Notons toutefois que nous n'avons pas eu beaucoup de difficulté à faire admettre à nos sujets la fausseté de cette procédure ainsi que celle concernant l'évolution parallèle du périmètre et de l'aire. Nous pouvons donc dire que le concept du périmètre crée un obstacle à la construction du concept d'aire dans le sens que les enfants ont tendance à transférer la procédure du calcul du périmètre au calcul de l'aire, mais il demeure possible de franchir cet obstacle à l'aide de moyens concrets permettant de bien distinguer les deux concepts.

Conclusions

Bien que notre séquence d'enseignement se soit déroulée sous forme clinique, avec un petit nombre de sujets, plusieurs résultats de cette recherche peuvent avoir des retombées intéressantes sur le plan didactique pour l'apprentissage de l'aire du rectangle ainsi que celle de figures plus complexes.

La première concerne la pertinence du **carré-unité** comme unité de surface. Ce choix est loin d'être évident pour les enfants. Ils ont plutôt tendance à choisir une unité dont la forme est semblable à celle à mesurer. Ce fait est très important à connaître car, trop souvent, dans les classes, le carré-unité est présenté aux élèves comme s'il était naturel pour eux de l'utiliser, ce qui n'est pas le cas, particulièrement pour les figures non rectangulaires. Il reste qu'il est toujours difficile de justifier pleinement ce choix aux enfants du primaire, étant donné qu'ils ne sont pas encore en mesure d'en comprendre les justifications mathématiques.

Le processus de dénombrement des unités ne pose pas de problème particulier si l'enfant dispose du support visuel des unités, mais il en est tout autre s'il ne peut se fier que sur de simples indications sur les côtés. Les difficultés ne proviennent pas véritablement d'un manque de compréhension mais bien plus d'un problème de **repérage** lors de l'opération de comptage. Celles-ci ont été facilement résolues par nos sujets dès que nous leur avons présenté un support concret leur permettant de mieux se situer sur le rectangle.

Le lien entre les unités de surface et les unités linéaires n'est pas facile à établir par les enfants, car ils ont encore besoin de visualiser les carrés-unités, et ils voient plutôt les unités linéaires comme un moyen de reproduire le contour d'un carré-unité, ou alors, il leur arrive même de considérer les unités linéaires comme de véritables unités de surface en raison de leur largeur lorsqu'elles sont concrétisées sous forme de bâtonnets par exemple. Nous avons constaté plusieurs fois ce problème de la **largeur** des unités et il faudrait donc la réduire autant que possible afin d'éviter cette difficulté.

Les enfants ont aussi tendance à **ne pas distinguer** les unités conventionnelles linéaires des unités de surface. Ils prennent alternativement les unes pour les autres. Ils ont aussi besoin de se représenter ces unités conventionnelles sous une forme concrète (*e.g.* "un petit cube"), l'appellation officielle (cm^2, dm^2) leur apparaissant également trop abstraite.

Enfin, nous croyons que la confusion entre périmètre et aire vient avant tout d'une **confusion des procédures** associées et non pas d'une confusion des concepts. Pour montrer que les mesures associées aux deux concepts d'aire et de périmètre sont indépendantes, l'utilisation d'un rectangle articulé peut s'avérer très pertinente à cet égard.

Références

Beattys, C.B. et Pace, J.P. (1988). A comparison among children, adolescents, and adult learners on selected area measurement concepts. In M.J. Behr, C.B. Lacampagne et M.M. Wheeler (éd.), **Proceedings of the tenth annual meeting of the north american chapter of the international group for the Psychology of Mathematics Education**, Dekalb, Illinois, 171-176.

Beilin, H. (1964). Perceptual cognitive conflict in the development of an invariant area concept. **Journal of experimental child psychology**, 1, 208-226.

Brousseau, G. (1989). Obstacles épistémologiques, conflits socio-cognitifs et ingénierie didactique. In N. Bednarz et C. Garnier (éd.), **Construction des savoirs, obstacles et conflits.** (p. 277-285). Montréal: Les Éditions Agence d'ARC inc.

Carpenter, T.P., Corbitt, M.K. Kepner, H.S., Lindquist, M.M. et Reys R.E. (1981). **Results from the second mathematics assessment of the National Assessment of Educational Progress**. Reston, VA.: National Council of Teachers of Mathematics.

Hart, K.M. (éd.) (1981). **Children's understanding of mathematics: 11-16**. London: John Murray.

Héraud, B. (1987). Conceptions of area units by 8-9 year old children. In J.C. Bergeron, N. Herscovics et C. Kieran (éd.), **Proceedings of the eleventh international conference for the Psychology of Mathematics Education**, 3, Montréal, 299-304.

Héraud, B. (1991). peut-on développer une expertise didactique chez les futurs enseignants à partir de leurs propres difficultés ? In S. Turnau (éd.), **Actes de la 42[e] rencontre internationale de la Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques**, Cracovie, Pologne.

Hiebert, J. (1984). Why do some children have trouble learning measurement concepts ? **Arithmetic Teacher**, 31 (7), 19-24.

Herscovics, N. et Bergeron, J.C. (1988). An extended model of understanding. In M.J. Behr, C.B. Lacampagne et M.M. Wheeler (éd.), **Proceedings of the tenth annual meeting of the american chapter of the international group for the Psychology of Mathematics Education**, Dekalb, Illinois, 275-282.

Hirstein, J.J., Lamb, C.E. et Osborne, A.R. (1978). Student misconceptions about area measurement. **Arithmetic Teacher**, 25 (6), 10-16.

Lindquist, M.M., Kouba, V.L. (1990). Measurement. In M.M. Lindquist (éd.), **Results from the fourth mathematics assessment of the National Assessment of Educational Progress** (2[e] édition). Reston, VA.: National Council of Teachers of Mathematics.

Maher, C.A. et Beattys, C.B. (1986). Examining the construction of an area and its measurement by ten to fourteen year old children. In G. Lappan et R. Even (éd.), **Proceedings of the eight annual meeting of the north american chapter of the international group for the Psychology of Mathematics Education**, East-Lansing, Michigan, 163-168.

Piaget, J. (1975). L'équilibration des structures cognitives, problème central du développement. **Études d'épistémologie génétique**, XXXIII. Paris: Presses Universitaires de France.

Piaget, J., Inhelder, B. et Szeminska, A. (1973). **La géométrie spontanée de l'enfant** (2[e] édition). Paris: Presses Universitaires de France. (Ouvrage original publié en 1948).

Wagman, H.G. (1975). The child's conception of area measure. In M.F. Rosskopf (éd.), **Children's mathematical concepts: Six piagetian studies in mathematics education** (p. 71-110). New-York: Teachers College Press.

35[e] CONGRÈS de l'AMQ 1992

Lieu: Trois-Rivières

Date: 16-17-18 Octobre 1992

Thème: À déterminer.