Association Mathématique du Québec

Enseignement des mathématiques au primaire

Un flocon de neige par pliage : bricolage ou mathématiques ?

Annette Braconne-Michoux,
Université de Montréal
Marie Christine Juteau,
Académie St-Margaret, Mascouche,
et Université de Montréal

Le thème de notre chronique sera aujourd'hui celui des propriétés de l'hexagone régulier, tel que le perçoit un élève de l'école primaire. Le support sur lequel cette figure sera étudiée est le flocon de neige. Au Québec, les flocons sont bien ancrés dans le vécu des élèves et des étudiants, mais savent-ils que les flocons ont toujours une structure qui s'inscrit dans un hexagone régulier ? Les lois de la physique et de la formation des cristaux permettent d'expliquer ce phénomène décrit pour la 1re fois par Kepler en 1611 (*L'Étrenne ou la neige sexangulaire*). Mais dans cette chronique consacrée aux mathématiques du primaire, nous nous limiterons à leurs propriétés géométriques. Pour cela, nous aborderons le problème sous différents angles : le flocon « approximatif » obtenu par pliage, le flocon plus précis et « concret » obtenu aussi par pliage d'une feuille format lettre, puis le flocon « exact » tracé à la règle et au compas puis à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Les expérimentations que nous évoquerons ont eu lieu dans une classe de 3e cycle du primaire et à l'université dans le cadre de la formation initiale des maîtres en enseignement primaire.

Mais comment fabriquer un flocon de neige par pliage ? Avez-vous déjà essayé de prendre une feuille de papier et de fabriquer un flocon de neige seulement par pliage et découpage ? Sinon, nous vous invitons à tenter l'expérience. Combien de branches a votre flocon ?

1 Le flocon « approximatif » des élèves de 3e cycle du primaire

1.1 Les premiers flocons

C'est à la tombée des premiers flocons que nous avons demandé à nos élèves, dont quelques-uns sont en difficulté d'apprentissage, de créer un flocon à partir d'une feuille format lettre, uniquement par pliage et découpage. Voici trois représentations particulièrement représentatives de celles de nos élèves.

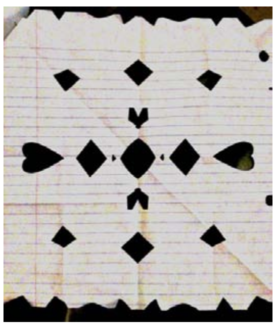


Figure 1 - Flocon de l'élève A

Élève A
L'élève a tout d'abord plié la feuille en diagonale pour faire apparaître 2 triangles isocèles rectangles et a découpé la bande qui dépassait pour que sa feuille de travail soit un carré. Elle a ensuite déplié la feuille et l'a repliée en deux parallèlement aux côtés deux fois de suite dans le même sens, puis une fois dans l'autre sens. Elle a obtenu 8 épaisseurs rectangulaires superposables et a ensuite découpé les côtés des rectangles pour obtenir ce modèle.

Figure 2 - Flocon de l'élève B

Élève B
L'élève a laissé la feuille sous sa forme rectangulaire. Il l'a pliée en deux parallèlement à la largeur, obtenant ainsi deux épaisseurs de papier. Il a ensuite pris beaucoup de temps pour faire un découpage en demi-cercle sur le bord extérieur de ce qui allait devenir le flocon. Enfin, il a échancré le demi-cercle ainsi que le pli, en suivant des tracés approximativement symétriques l'un de l'autre par rapport à un axe imaginaire perpendiculaire au pli.
Il nous semble que cet élève a compensé, par son découpage, le fait qu'il n'ait pas su associer les symétries du flocon à des pliages. Il suffit pour s'en convaincre de comparer les « moitiés gauche et droite » de sa production qui semblent à peu près symétriques par rapport à un axe qui n'a pas été matérialisé.

Figure 3 - Flocon de l'élève C

Élève C
L'élève a plié deux fois de suite sa feuille rectangulaire parallèlement à la largeur, puis deux fois de suite parallèlement à la longueur. Il a ainsi obtenu 16 épaisseurs de papier en forme de rectangles superposables. Il a ensuite découpé autour des deux sommets situés en diagonale, l'un d'entre eux étant le sommet obtenu lors du dernier pliage et responsable du « trou » au centre du flocon.

À première vue, les élèves ont été satisfaits de leur production. Ils ont observé ce que les autres avaient fait et ont tenté d'y retrouver des formes connues. Nous avons entendu des commentaires comme : « On dirait une maison ». Mais tous étaient convaincus qu'ils venaient de réaliser des flocons en papier.

1.2 Observation de « vrais » flocons

Nous avons ensuite demandé aux élèves : « Maintenant que vous avez créé un flocon, vous allez observer des images[1] de « vrais » flocons pour répondre aux questions suivantes : Avez-vous fabriqué un vrai flocon ? Pourquoi ? Quelles sont les caractéristiques des vrais flocons ? » Les élèves ont répondu :

Élève A « Non, parce que mon flocon n'a pas six branches.
Les flocons ont tous 6 branches. Il n'y en a pas un pareil. Ils sont blancs. »
Élève B « Non, parce que mon flocon ressemble à un œil.
Les flocons ont un centre. Ils ne sont pas pareils. »
Élève C « Non, parce que mon flocon n'a pas 6 côtés comme les autres flocons.
Les flocons ont 6 côtés, ils ont des motifs qui se répètent, ils sont tous différents. »

Plusieurs des caractéristiques identifiées par les élèves étant autant d'ordre qualitatif (couleur) que mathématique, nous avons proposé une nouvelle observation de photographies de flocons.

1.3 La géométrie des « vrais » flocons

Après cette nouvelle observation de « vrais » flocons suivie d'une nouvelle mise en commun, nous avons invité les élèves à se centrer sur la description des caractéristiques géométriques.

Élève A « Il y a au moins un axe de réflexion, chaque branche est pareille aux autres,
chaque côté de la branche est symétrique »
Élève B « Ils sont concaves, ils ont tous des formes géométriques. »
Élève C « C'est comme une frise ronde, ils ont 6 côtés égaux. »

[1]http ://www.its.caltech.edu/ atomic/snowcrystals/photos/photos.htm

1.4 Des pliages à 6 axes de symétrie

Suite à ce nouveau partage d'informations mathématiques, nous avons proposé aux élèves de tenter un nouveau pliage de la feuille, pliage qui prenne en compte les nouvelles informations, c'est-à-dire créer un flocon à six branches avec six axes de symétrie.

Figure 4 - Nouveau flocon de l'élève A

Pour sa deuxième tentative, l'élève A a tout d'abord tracé un cercle au compas qu'elle a découpé. Elle a ensuite plié le disque en 2, à 3 reprises. Elle a donc obtenu 8 huitièmes de disque. Après découpage, elle a eu 8 branches symétriques les unes des autres et ayant chacune un axe de symétrie.

L'élève B a gardé la feuille rectangulaire et a plié 2 fois selon deux axes perpendiculaires. Il a donc obtenu un flocon à 4 branches symétriques l'une de l'autre deux par deux et ayant chacune un axe de symétrie.

L'élève C a plié sa feuille rectangulaire 3 fois autour d'un même point qui était le centre du rectangle formé par la feuille. Il a donc obtenu 4 axes dont deux étaient les axes de symétrie de la feuille. Il avait quatre triangles isocèles rectangles et quatre trapèzes rectangles superposables. Toutefois, il a découpé sur les plis et au centre du pliage. Il a donc obtenu un « contour » de flocon, en 4 branches symétriques les unes des autres et ayant un axe de symétrie.

1.5 Après plusieurs essais

Deux tentatives n'ont donc pas été suffisantes pour que les élèves réussissent à découper un flocon à 6 branches. Quelques-uns ont compris qu'ils devaient faire 3 pliages pour obtenir 6 branches. Mais en dépit de tous leurs efforts, ils en avaient toujours 8 !

L'élève A a néanmoins réussi à produire un flocon à 6 branches. En effet, après plusieurs essais elle a obtenu le flocon suivant :

Figure 5 - Réussite de l'élève A

Pour cela, elle a plié la feuille rectangulaire en 2.
Ensuite, elle a plié de façon à obtenir 2 plis supplémentaires à 60° l'un par rapport à l'autre. Pour ce faire, elle a procédé par tâtonnements et a ajusté son pliage de façon à ce que les plis se superposent.
Puis elle a replié en deux les 6 « triangles » qu'elle venait de former ayant ainsi 12 épaisseurs « superposables ».

Elle semble avoir implicitement fait la différence entre la somme 2+2+2 et la puissance 2^3 puisqu'elle a cherché à obtenir 6 épaisseurs autour d'un même sommet, ou encore 3 axes à 60° les uns par rapport aux autres. L'élève a eu de la difficulté à expliquer à ses camarades comment elle avait procédé. Il lui a été impossible de trouver une explication mathématique. Cette élève qui a trouvé le bon nombre de plis n'a peut-être pas été très rassurée parce que sa démarche ne repose pas sur un pliage « exact » en faisant coïncider deux côtés ou deux sommets. Elle a réussi à « tâtons » , en ajustant ses pliages pour obtenir 12 épaisseurs selon des plis concourants. Comme elle a obtenu les 6 épaisseurs par tâtonnements, elle n'a pas été capable d'en donner une explication mathématique.

On pourrait dire ici que les élèves n'ont pas réussi à distinguer le nombre d'épaisseurs obtenues à chaque pliage et le nombre de plis. En effet, à chaque fois qu'ils ont plié en deux la feuille sur elle-même, ils ont multiplié par 2 le nombre d'épaisseurs. 3 pliages ont donc entraîné la formation de 8 épaisseurs ($2^3 = 8$). Pour obtenir 6 branches ayant toutes les symétries requises, il faut faire 3 pliages donc 6 épaisseurs, mais les plis ne peuvent se faire les uns sur les autres. Il faut que deux plis distincts amènent les 6 épaisseurs dont on a besoin (2×3). Cette activité pourrait être utilisée pour distinguer la puissance 2^3 (plier 3 fois de suite en deux amène 8 épaisseurs quels que soient les sens dans lesquels on plie) du 2×3 (procédure à privilégier pour réaliser un flocon à 6 branches), voire la somme (2+2+2), où il faut bien plier en deux, mais ensuite faire 2 pliages distincts qui vont se recouvrir pour donner 6 épaisseurs.

En conclusion, on peut dire que les élèves n'ont peut-être pas réussi à plier et découper de façon à obtenir un « vrai » flocon. Toutefois, grâce à leurs observations et par comparaison entre leurs productions et les images de « vrais » flocons, ils ont fait ressortir différentes caractéristiques mathématiques. Ils ont constaté entre autres qu'un flocon a :

– 6 branches ;
– des branches qui ont chacune un axe de symétrie ;
– des axes de symétrie entre ses branches ;
– « des motifs qui se reproduisent d'une branche à l'autre » . Ici les élèves voulaient dire qu'un flocon a 6 axes de symétrie, 3 qui sont les supports des branches et 3 qui sont entre les branches du flocon. Quand on reporte ces propos dans l'hexagone régulier, les élèves évoquent les 3 axes de symétrie que sont les diagonales de l'hexagone et les 3 axes qui sont les médiatrices des côtés opposés ;
– une forme non convexe.

Avec l'activité des flocons, les élèves ont enrichi leur vocabulaire mathématique au cours des échanges et des mises en commun. De plus, il pourra être intéressant de réinvestir le vocabulaire et les notions de symétrie liés à cette activité lors d'une activité d'observation et d'analyse d'hexagones réguliers ou de polygones réguliers. Les élèves y retrouveront toutes les propriétés géométriques liées aux flocons et découvriront en plus 6 triangles équilatéraux dont les sommets sont sur un cercle, etc.

D'une façon plus générale, on peut dire que l'activité de création de flocons présente certaines des caractéristiques de la situation-problème telle que définie par Douady (1986[2]). En effet, l'élève peut

[2] Douady R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 7, no. 2.

s'engager dans la résolution du problème. C'est un défi raisonnable qui lui est proposé. L'élève ne connaît pas la procédure pour réaliser un flocon à six branches. Il ignore également toutes les propriétés mathématiques qui s'y rattachent, mais il peut s'engager dans la recherche. Dans un premier temps, le nombre de branches n'a pas été un élément de validation. Mais, après avoir appris que le flocon avait 6 branches, l'élève a refait autant de tentatives qu'il a voulu jusqu'à les obtenir (ou non). Ainsi, ce problème permet à l'élève de décider si la solution qu'il a trouvée est adéquate. Ensuite, la résolution de ce problème engendre l'acquisition de nouvelles connaissances : plier, c'est engendrer des situations de symétrie. Il importe que l'élève puisse connaître les caractéristiques des flocons, les axes de symétrie, le nombre de côtés, etc. s'il veut obtenir par pliage et découpage un flocon digne de ce nom. S'il fait trois plis autour d'un même axe, il obtient $2 \times 2 \times 2$ (2^3), donc 8 branches. Il doit bien plier trois fois, la première au centre et les deux autres de façon distincte pour obtenir $2 + 2 + 2 = 2 \times 3 = 6$ branches.

Ici les élèves se sont arrêtés au fait que le pliage et le découpage donnent des formes symétriques, sans aller jusqu'à faire le lien entre le nombre de branches ou d'épaisseurs de papier et la position des plis.

2 Le flocon des étudiants au baccalauréat

[3]La seule consigne que les étudiants ont reçue a été : « Uniquement par pliage et découpage, créez un flocon de neige sur une feuille de papier blanc » . Sur leur visage nous avons vu le scepticisme ; ils semblaient nous dire que c'était là une activité pour enfants. Rapidement, ils ont plié une feuille de papier en deux, puis en deux et encore en deux comme l'avait fait l'élève A, sans qu'ils soient tous passés par la découpe de la feuille en un carré. Après un découpage approximatif, ils ont obtenu de gros flocons à 8 branches. C'est suite à l'observation d'images de flocons qu'ils ont constaté que ce qu'ils venaient de faire était inexact : leur flocon n'avait pas le bon nombre de branches. Ils ont alors plié en deux leur feuille de papier, et en deux (deux plis perpendiculaires), mais ils n'avaient plus que 4 branches ! Certains étudiants ont décidé de plier de façon à avoir 8 branches comme le deuxième flocon de l'élève A, puis de supprimer deux des branches pour qu'il n'en reste que 6. Mais quelle frustration : le flocon ne présentait pas toutes les caractéristiques encore implicites du flocon (6 axes de symétrie). Après vingt minutes de recherches, qu'ils aient été seuls, deux par deux ou en équipes, les étudiants n'avaient toujours pas réussi à créer un flocon « satisfaisant ». Ils ont eu besoin d'indices sur la façon de plier la feuille : « les plis ne sont pas systématiquement perpendiculaires ou parallèles entre eux ; ils peuvent former entre eux des angles autres que des angles droits ». Alors seulement quelques équipes ont réussi à fabriquer des flocons « approximatifs » en suivant la même démarche que celle de l'élève A pour son dernier flocon.

Un seul étudiant a procédé de façon organisée en utilisant une méthode de pliage en laquelle il avait confiance, mais qu'il a été incapable de justifier.

[3]Nous avons repris et détourné quelque peu une activité que France Caron propose à ses étudiants au Baccalauréat en enseignement primaire.

Lors de la mise en commun, nous avons constaté que les étudiants avaient été particulièrement intéressés par le « mode d'emploi », faute de pouvoir faire des liens entre les connaissances géométriques pertinentes pour la construction d'un flocon et l'activité de pliage. Leur désarroi a été tel qu'ils ont perdu l'objet mathématique sous-jacent à l'activité : une construction dans un hexagone régulier.

Un seul étudiant a réussi selon un pliage « concret » et exact. Il a su décrire sa procédure étape par étape aux membres de son équipe et au reste du groupe. Toutefois, les raisons mathématiques du succès de son pliage ont été laissées de côté. Il n'a pas pu expliquer pourquoi sa façon de plier permettait la réalisation d'un hexagone. Il avait trouvé cette solution suite à de nombreuses observations des images de flocons sur lesquelles il avait tracé les axes de symétrie et l'hexagone entier, sans jamais pouvoir justifier sa démarche.

À l'université, cette activité ne présente plus toutes les caractéristiques d'une situation-problème dans la mesure où les étudiants ont les connaissances mathématiques nécessaires (ils connaissent les propriétés de symétrie de l'hexagone régulier), mais ils n'ont pas été en mesure de les mettre en oeuvre dans le nouveau contexte de pliage qui leur a été proposé.

3 Le flocon par pliage « concret » dans une feuille lettre

Le défi est alors d'obtenir un hexagone régulier par pliage dans une feuille de format « $8\frac{1}{2} \times 11$ »[4].

Il existe plusieurs solutions. En voici une :

– Plier la feuille dans le sens de la longueur en 2 et chaque moitié en deux de façon à obtenir quatre rectangles superposables de dimensions $2\frac{1}{8}$ pouces sur 11 pouces.

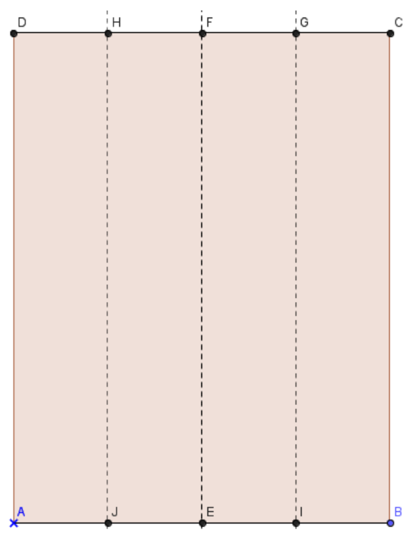


Figure 6 - Les trois premiers plis

[4]L'idée nous a été suggérée par Philippe Richard, pour que « petite Madeleine » puisse enfin découper des flocons de neige qui soient aussi vraisemblables que possible.

– Autour du point A, plier la feuille en amenant le point B sur la médiatrice (EF) des segments [AB] et [DC]. On obtient le point B'. Le point A est donc à égales distances de B et de B' et donc le triangle ABB' est isocèle en A. Mais comme B' est situé sur la médiatrice du segment [AB], il s'ensuit que le triangle ABB' est isocèle en B'. On peut donc dire que le triangle ABB' est un triangle équilatéral. Le pli (la droite (AK)) est la bissectrice de l'angle $\angle BAB'$ et le point K est le milieu du segment [BB']. Donc l'angle $\angle BAB'$ mesure 60° et l'angle $\angle BAK$ mesure 30°.

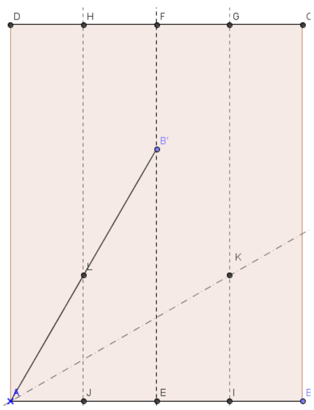


Figure 7 - L'angle de 60° et sa bissectrice

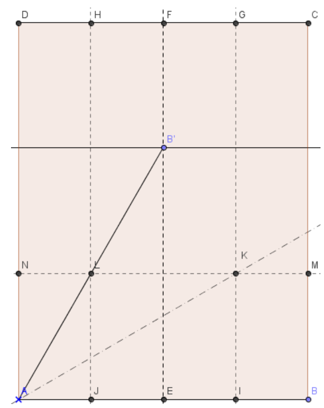


Figure 8 - Les plis parallèles à la largeur de la feuille

– On peut ensuite plier la feuille dans le sens de la largeur autour du point K. On obtient alors la droite (KL) qui coupe les côtés [AD] et [BC] du rectangle ABCD respectivement en N et M.
– On obtient la parallèle à la largeur de la feuille passant par B' soit en repliant la feuille autour de la droite (MN), soit en pliant en 2 parallèlement à la largeur de la feuille le rectangle CDNM. En effet, le point B' est presque[5] au centre du rectangle CDNM. (C'est là la particularité du format lettre !) Cette parallèle coupe les droites (JH) et (IG) respectivement en O et P.
– Découper la feuille selon la droite (OP). Plier et découper selon les côtés [MI], [JN], [NO] et [PN]. On obtient l'hexagone régulier IJNOPM de côté[6] $4\frac{1}{4}$ pouces. (On peut aussi couper la feuille format lettre sur la droite (MN) et former l'hexagone régulier dans la partie restante en suivant la même procédure.)

Pour fabriquer le flocon, il faut plier l'hexagone selon ses 6 axes de symétrie. Pour cela on peut plier l'hexagone en deux selon l'axe (MN). Ensuite, amener le côté [PM] sur [PO] pour mettre en évidence l'axe de symétrie (PJ). Par-dessus, amener le côté [NO] sur le côté [OP] pour mettre en évidence l'axe de symétrie (OI). On obtient une silhouette ayant la forme d'un triangle équilatéral et 6 épaisseurs de papier. Plier alors en deux de façon à obtenir 12 épaisseurs en forme de triangles rectangles, que l'on découpe sur l'un des côtés : l'hypoténuse ou une cathète, de façon à garder les axes de symétrie des branches du flocon tout en séparant les branches les unes des autres.

[5]Le triangle ABB' est un triangle équilatéral de côté $8\frac{1}{2}$ pouces et BE est une hauteur de ce triangle ; donc on a l'égalité : $B'E = 8\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{17\sqrt{3}}{4}$. Mais $B'E \times \frac{3}{2} = \frac{17\sqrt{3}}{4} \times \frac{3}{2} \approx 11,04$. La longueur de la feuille format lettre est de 11 pouces !

[6]Le côté de l'hexagone mesure en effet $4\frac{1}{4}$ pouces. Dans le triangle équilatéral ABB', on remarque que la longueur KE est égale à la moitié de la longueur BB'. Le quadrilatère KMJE est un parallélogramme (il a deux côtés parallèles et de même longueur qui sont KM et EJ) ; donc les longueurs KE et MJ sont égales à $4\frac{1}{4}$ pouces. Il en est de même pour les longueurs JN, ON et PM.

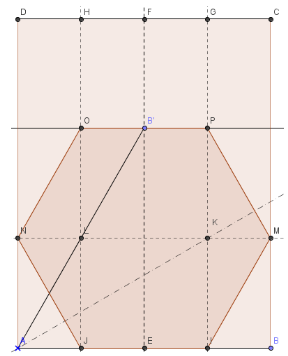


Figure 9 - Le dessin de l'hexagone

4 Le flocon « géométrique » à la règle et au compas

Là, le problème est tout autre puisque la trisection de l'angle au compas, on le sait, est impossible. En revanche, avec un compas, on peut dessiner une rosace et obtenir du même coup les sommets de l'hexagone régulier. En joignant les sommets opposés on trace 3 des axes de l'hexagone régulier.

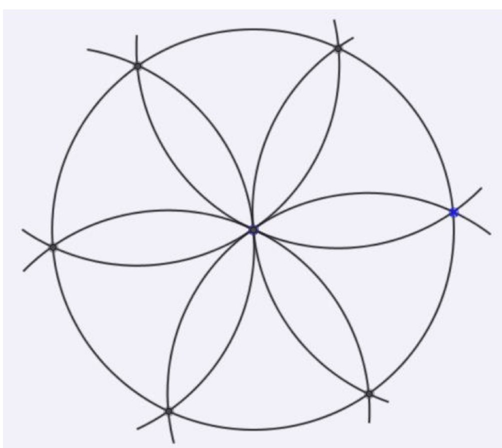


Figure 10 - La rosace au compas

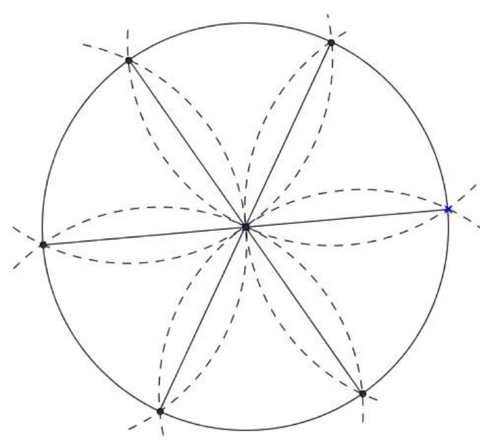


Figure 11 - Trois axes de l'hexagone

En traçant à la règle la silhouette de la moitié d'une branche du flocon, le dessin complet du flocon devient alors un travail long et fastidieux : la construction des points symétriques par symétrie axiale est, là encore, plus complexe et encombrante que celle des points symétriques par symétrie centrale où, avec une règle et un demi-tour repéré au compas, les images sont rapidement obtenues.

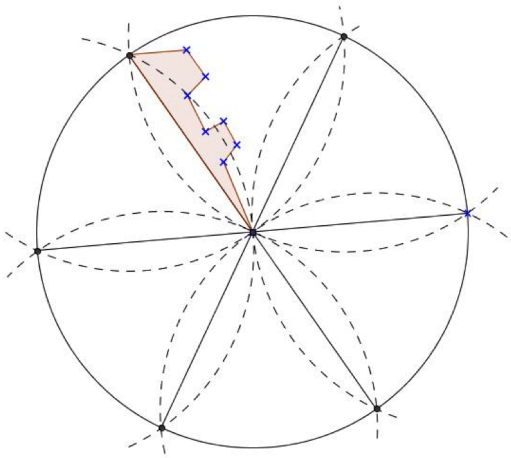


Figure 12 - Une demi-branche de flocon

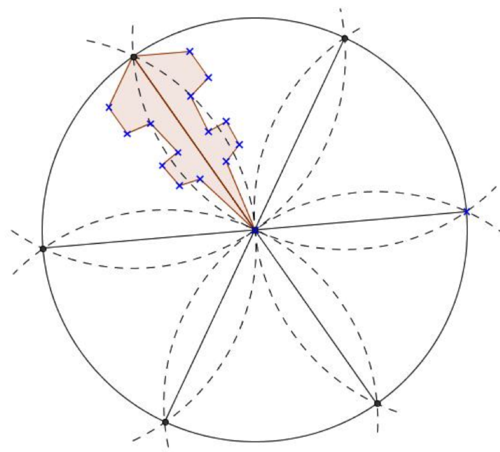


Figure 13 - Une branche par symétrie axiale

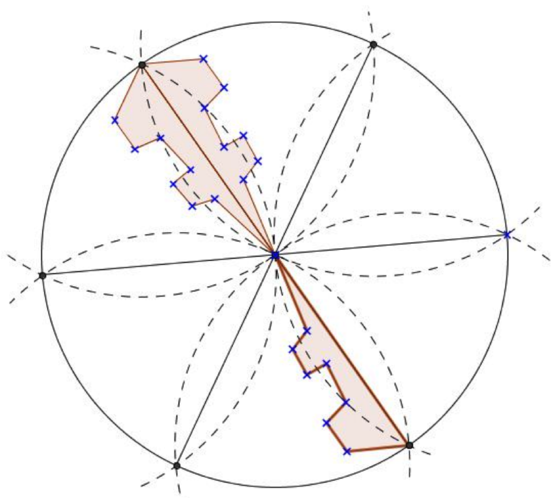


Figure 14 - Une demi-branche par symétrie centrale

On en arrive donc à envisager, même à partir de l'hexagone dessiné au compas, de construire un flocon par pliage pour éviter tous les tracés à la règle et à l'équerre. Ce procédé hybride permet de gagner du temps et d'avoir une construction qui possède toutes les caractéristiques du flocon : celles de l'hexagone régulier.

5 Le flocon de neige « exact » avec un logiciel de géométrie dynamique

Le dessin de l'hexagone permet de tracer facilement les diagonales, donc les supports des branches du flocon. Nous avons à ce moment-là 3 des 6 axes de l'hexagone.

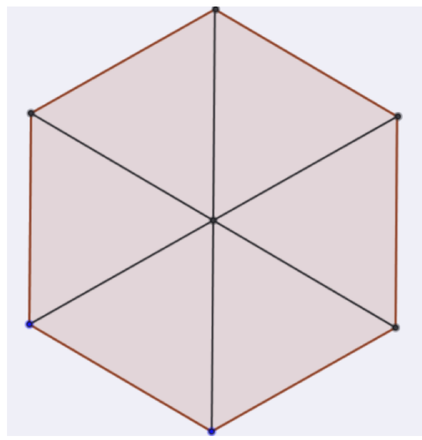
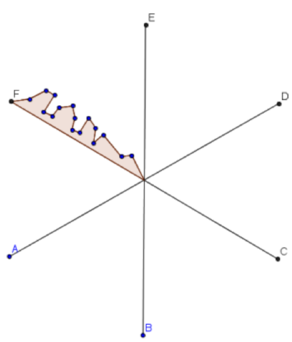


Figure 15 - Un hexagone régulier



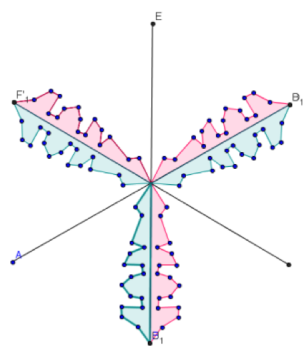


Figure 16 - La moitié d'une branche de flocon Figure 17 - Après les trois symétries

Les symétries axiales par rapport aux droites (FC), (AD) et (BE) vont nous permettre de dessiner trois branches complètes du flocon.

Si l'on ne veut pas faire de tracé supplémentaire dans la figure pour achever le dessin du flocon, on doit utiliser une autre propriété des hexagones réguliers : leur invariance par rotation. Ici une rotation simple pourra être la symétrie centrale (le demi-tour autour du centre de l'hexagone).

Il est sans doute temps de remarquer ici que, quelle que soit la procédure selon laquelle nous avons construit un flocon, c'est-à-dire une figure inscrite dans un hexagone régulier, nous n'en avons jamais

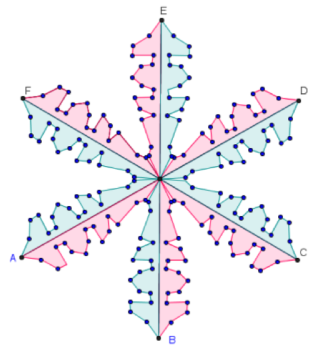


Figure 18 - Le flocon complet

toutes les caractéristiques géométriques. En effet, nous n'avons ni tracé ni utilisé les propriétés liées aux symétries par rapport aux médiatrices des côtés.

6 Conclusion

La symétrie axiale est associée au pliage. Mais quelle géométrie se cache derrière les pliages ? Un flocon de neige a « plein d'axes de symétrie » . Nous avons vu que les élèves de 3ᵉ cycle du primaire ou les étudiants à l'université n'avaient pas été en mesure d'expliquer ce qui se passait lorsqu'on enchaîne les pliages, pliages en deux ou selon des superpositions partielles, c'est-à-dire d'anticiper la position des plis pour satisfaire aux symétries du flocon. Le pliage le plus avancé qu'il nous a été donné de constater a été un pliage « approximatif » , juste d'un point de vue du raisonnement sur la position des plis, mais peu satisfaisant du point de vue de la précision dans le pliage ou dans l'explication géométrique. D'un point de vue mathématique, ce qui est intéressant de remarquer au travers de toutes ces modalités de production d'un flocon, c'est que l'hexagone régulier a 6 axes de symétrie mais qu'ils sont mis en œuvre de façons très variables, quand ils le sont. En effet, il faut plier la feuille de papier jusqu'à obtenir 12 épaisseurs pour découper en un seul tracé le flocon. Lors de ce découpage, les plis restants sont ceux des branches du flocon et les 3 axes se trouvent sur les plis de la chute de découpage. Lors de la construction du flocon à l'aide du logiciel de géométrie dynamique, nous avons utilisé les axes des branches comme axes de symétrie et nous avons utilisé une autre propriété de l'hexagone pour terminer la figure à moindre coût : l'invariance de l'hexagone par symétrie centrale ou encore la composée de 3 rotations de 60°. Les axes de symétrie qui sont les médiatrices des côtés de l'hexagone n'ont pas été dessinés et les symétries associées non plus.

Les propriétés géométriques évoquées tout au long de notre description de la situation des flocons de neige relèvent en fait du programme de secondaire 3. Il serait donc logique de la proposer à des élèves de ce niveau. Toutefois, nous avons été en mesure de constater que d'une part les étudiants en formation des maîtres ne connaissent pas (ou ne connaissent plus ?) vraiment les propriétés géométriques des flocons de neige et d'autre part, que même une fois celles-ci identifiées, ils ne disposent pas non plus des connaissances nécessaires au traitement du problème, tant il est vrai que celui-ci vit aux frontières de plusieurs cadres géométriques distincts et peut-être même disjoints.

Il nous faudrait alors faire une analyse a priori des objets en jeu, des différents cadres dans lesquels on peut poser le problème et des schèmes de pensée qui permettraient de traiter la situation. Une telle analyse nous permettrait de formuler des questions dans les différents cadres et ainsi de proposer aux élèves de secondaire 3 un jeu de situations centrées sur les géométries du flocon de neige. Cette analyse mettrait en lumière quelles connaissances sur les mesures dans le triangle rectangle, les isométries, etc. devront être réinvesties pour traiter l'une ou l'autre version de la situation.

Cela nous permettrait aussi de préciser la pertinence des questions que nous avons posées, à savoir : Pourquoi l'hexagone plié et découpé ainsi est-il un hexagone régulier dans une feuille format lettre ? Le format est-il important ? Comment organiser le pliage et le découpage de l'hexagone régulier pour obtenir un flocon ? Y a-t-il des pliages ou des découpages à éviter ? Pourquoi ?