Association Mathématique du Québec

Article

# Découvrir le potentiel éducatif du logiciel dynamique GeoGebra : communauté de collaboration et de partage

Viktor Freiman,
Université de Moncton

Dragana Martinovic,
University of Windsor

Zekeriya Karadag,
Institut GeoGebra du Canada

**Résumé**

Comment mieux exploiter le potentiel éducatif des TIC en salle de classe de mathématiques ? Une approche communautaire et collaborative s'avère efficace pour faire avancer de nouvelles idées et rapprocher la recherche et la pratique. Il existe de nombreuses façons d'intégrer les ressources virtuelles dans le processus d'enseignement/apprentissage pour permettre aux enseignants d'innover dans leurs pratiques et aux élèves de mieux réussir dans leurs apprentissages. Dans cet article, nous explorons le logiciel *GeoGebra* qui renforce les liens entre différentes branches des mathématiques de façon dynamique et visuelle, en offrant un rôle actif à l'élève. Des exemples analysés dans cet article peuvent être adaptés aux différents contextes, du primaire au postsecondaire. Nous discutons également de l'émergence des Instituts de *GeoGebra* et des réseaux de collaboration et de partage.

## 1 Intégrer les TIC en mathématiques : idées et contextes

Comment enrichir les expériences des élèves en mathématiques en renforçant leur compréhension de concepts abstraits et complexes, ainsi que leur capacité de voir des liens entre les différentes branches des mathématiques et entre les différentes applications des concepts ? Comment développer leur goût d'apprendre et de réussir, ce qui est prôné par le courant du renouveau pédagogique à travers différentes parties du Canada et ailleurs ?

Cet article est le fruit d'une collaboration amorcée en 2009 par les membres d'un groupe de travail sur l'apprentissage de mathématiques en ligne, lors du dernier Forum canadien sur l'enseignement des mathématiques (FCEM). Cette rencontre a réuni des mathématiciens, des didacticiens et des pédagogues de tous les niveaux scolaires : primaire, secondaire, collégial et universitaire, afin de mettre en évidence les besoins en ressources susceptibles d'améliorer les apprentissages des élèves et afin de favoriser l'échange de pratiques gagnantes. Dans un premier temps, nous avons constaté que la croissance sans précédent d'Internet et des communautés virtuelles a permis une production et un partage rapide du matériel éducatif. Le groupe a toutefois remarqué la présence de défis communs qui semblent être confirmés par les recherches et la pratique. Nous avons également ressenti le besoin d'une collaboration étroite afin de faire face à ces défis et de proposer des solutions concrètes [16].

De nombreux exemples pratiques d'intégration de ressources virtuelles en mathématiques font voir l'intérêt croissant d'augmenter la présence des TIC en salle de classe, et ce, sous différentes formes. Citons le développement de communautés virtuelles d'apprentissage qui offrent des activités mathématiques variées en ligne, comme, par exemple, l'Agora de Pythagore[1] ou CAMI (Communauté d'apprentissages multidisciplinaires interactifs)[2] qui permettent aux élèves de résoudre des problèmes ou de philosopher sur les mathématiques [17 ; 6]. Martinovic et coll. avancent que grâce aux nouvelles technologies, l'utilisation de vidéoconférences permet d'organiser des événements dont le potentiel éducatif dépasse les limites d'organisation traditionnelle de la salle de classe en mettant en contact des élèves, des enseignants, des chercheurs d'une agence spéciale et des étudiants en formation initiale à l'enseignement [15].

Les activités mathématiques peuvent être enrichies dans une classe où chaque élève aurait un ordinateur portable avec un accès à Internet sans fil. Notre recherche démontre le potentiel éducatif de logiciels mathématiques (comme *Excel*) et de ressources en ligne (en incluant les modules simulateurs) pour visualiser les notions et les relations mathématiques abstraites et pour explorer différents concepts en mode dynamique et dans un contexte de résolution de problèmes interdisciplinaires [5]. L'ordinateur portable appuyé d'autres outils technologiques, tels que la trousse robotique, ouvre la voie à l'exercice de la pensée critique en faisant des liens entre le monde réel et le monde virtuel à l'aide de l'apprentissage expérientiel [1].

Les logiciels d'apprentissage dynamique font partie des environnements informatiques à fort potentiel cognitif, selon Depover, Karsenti et Komis [3]. Leur nature hautement interactive gérée « par les principes de manipulation directe offre une rétroaction immédiate très souvent supportée par des représentations externes (par exemple, des simulations, des graphiques ou des tables de données) ». Les auteurs avancent aussi que « grâce à ces rétroactions, l'apprenant peut se corriger, faire évoluer ses représentations mentales et avancer dans sa compréhension du domaine » (p.118). Le modèle *expliquer – explorer – modéliser* testé par Karadag et McDougall [14] a mis en évidence le processus de résolution de problèmes dans un tel environnement dans le sens de Pólya, comme le démontre la tâche de simulation de la dérivée d'une fonction trigonométrique qu'on analysera plus tard dans l'article. Les auteurs confirment les bénéfices d'un environnement dynamique tel que *GeoGebra* pour développer une compréhension visuelle de concepts mathématiques et de relations entre ces derniers.

Or, malgré l'existence de multiples pratiques gagnantes et prometteuses, les chercheurs et les praticiens rapportent des réserves, des obstacles et des défis d'intégration de TIC en mathématiques. Le manque de temps et de compétences techniques, l'impossibilité de trouver la bonne ressource clé en main au bon moment, l'accès aux technologies trop diversifié et parfois peu fiable, un manque d'en-

[1] http ://euler.cyberscol.qc.ca/pythagore/nav/index.html
[2] Communauté d'apprentissages multidisciplinaires interactifs, www.umoncton.ca/cami

cadrement didactique, les curriculums peu flexibles en terme de contenus, et des outils d'évaluation peu adaptés à la réalité virtuelle, constructiviste, collaborative et formatrice sont parmi les facteurs les plus cités dans la littérature et rapportés par les enseignants [16].

C'est dans l'optique de ces préoccupations que nous trouvons un besoin de partager nos analyses du logiciel *GeoGebra* qui présente un parcours tout à fait différent et unique, car il combine la simplicité et la complexité, la rigidité et la flexibilité, la statique et le dynamisme, l'explicitation et le besoin de déduire en s'adaptant aux besoins concrets. Cet outil suit le modèle de développement collaboratif et communautaire, ce qui élargit l'horizon de son utilisation et pourrait répondre à des contextes d'enseignement/apprentissage divers.

## 2 Historique de *GeoGebra* : d'un projet de maîtrise à la communauté d'apprentissage

Par la création, dans le cadre d'un projet de maîtrise [9], du logiciel *GeoGebra*, Hohenwarter visait à concevoir un outil synthétisant les modes de représentation algébrique et géométrique tout en aidant l'apprenant à découvrir des liens entre ces deux branches des mathématiques et ainsi développer un regard plus profond sur la matière. Les années qui suivent les premiers pas du nouveau logiciel voient l'émergence d'un mouvement pédagogique collaboratif contribuant collectivement à l'élaboration de nouvelles versions et de nouvelles applications techno-pédagogiques. Le travail a été marqué par de nombreux prix aux niveaux national et international (*Learnie Award* 2003/2005/2006, *Digita* 2004, *Trophées du Libre* 2005, *Tech Museum Education Award* 2009). Le logiciel est maintenant disponible dans 45 langues incluant le français. Les bénéfices pédagogiques potentiels ont été documentés par la recherche doctorale de Hohenwarter [10].

Comme l'illustre le schéma ci-dessous, *GeoGebra* est utilisé par une communauté de collaboration et de partage croissante . Elle réunit des milliers de personnes à travers le globe, qui travaillent ensemble pour développer, partager et appliquer de nouvelles idées technologiques et pédagogiques associées à l'usage de *GeoGebra* comme soutien à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Ce développement collectif sans précédent est devenu possible grâce au statut du logiciel comme libre et téléchargeable gratuitement, ainsi que l'utilisation de nouveaux outils de collaboration et de partage en ligne, tels que Wiki, YouTube et Facebook[3] (voir la *Figure 1*).

[3] http ://www.geogebra.org/en/wiki/index.php/French ; http ://www.youtube.com/watch ?v=Byc8UdTZ_eU

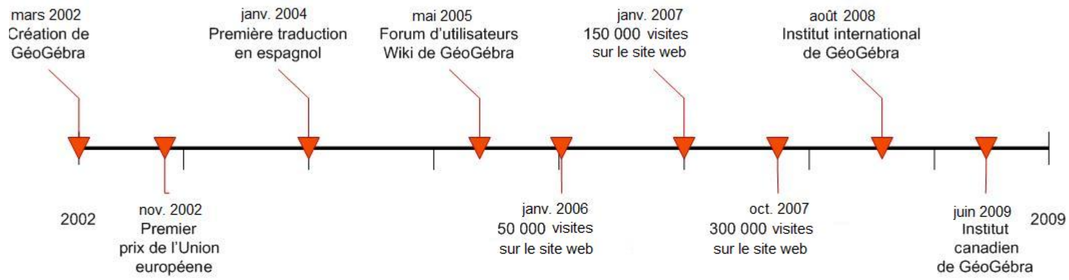


Figure 1 – Ligne de temps du développement de l'Institut canadien de *GeoGebra*

Le mouvement international des Instituts *GeoGebra* vise à supporter, développer et promouvoir la communauté, afin de mieux répondre aux besoins de nouveaux utilisateurs en offrant des ateliers et d'autres séances de formation. Le réseau des Instituts *GeoGebra* encourage également la collaboration entre les instituts locaux en accordant une attention particulière au développement des ressources/matériaux qui correspondent aux curriculums provinciaux et territoriaux et, avec d'autres initiatives existantes en mathématiques, en élaborant des feuilles de travail dynamiques *GeoGebra* pour tous les niveaux de scolarité, comme l'illustre le schéma de l'Institut de *GeoGebra* du Canada[4] (voir la *Figure 2*).

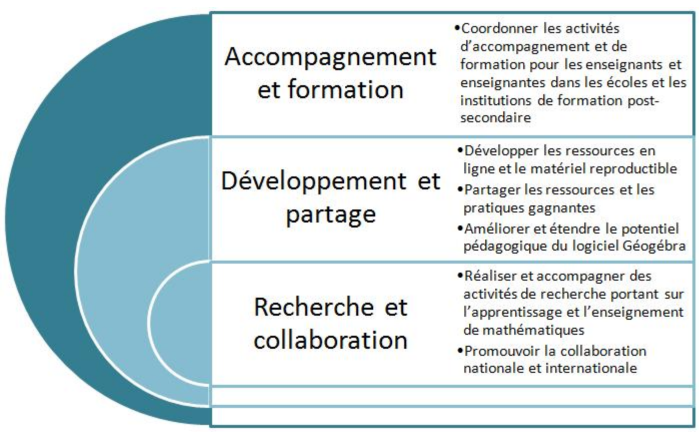


Figure 2 – Mission de l'Institut de *GeoGebra* du Canada

Dans les sections qui suivent, nous présentons quelques fonctionnalités du logiciel ainsi que des exemples de son utilisation dans des contextes divers (en arithmétique, en algèbre, en géométrie, en statistique et en calcul différentiel et intégral). Nous allons également discuter de la croissance d'une communauté d'utilisateurs du logiciel, résultat de la collaboration, du partage de ressources et du succès de leur utilisation pédagogique en salle de classe et en mode autodidacte.

[4]http ://www.geogebracanada.org/home

## 3 Mise en application : quelques fonctionnalités de base

Le logiciel *GeoGebra* peut être utilisé en mode direct, en ligne, comme un module virtuel (*applet*) Java, ou il peut être téléchargé gratuitement à partir du site Web http ://www.geogebra.org/en/wiki /index.php/French et installé sur le disque dur d'un ordinateur. Lors du lancement, l'écran est divisé en deux parties : celle de droite représente les objets géométriques (points, figures, systèmes de coordonnées), celle de gauche les décrit algébriquement à l'aide de symboles et de nombres (formules, coordonnées), comme le présente la figure suivante (voir la *Figure 3*) :

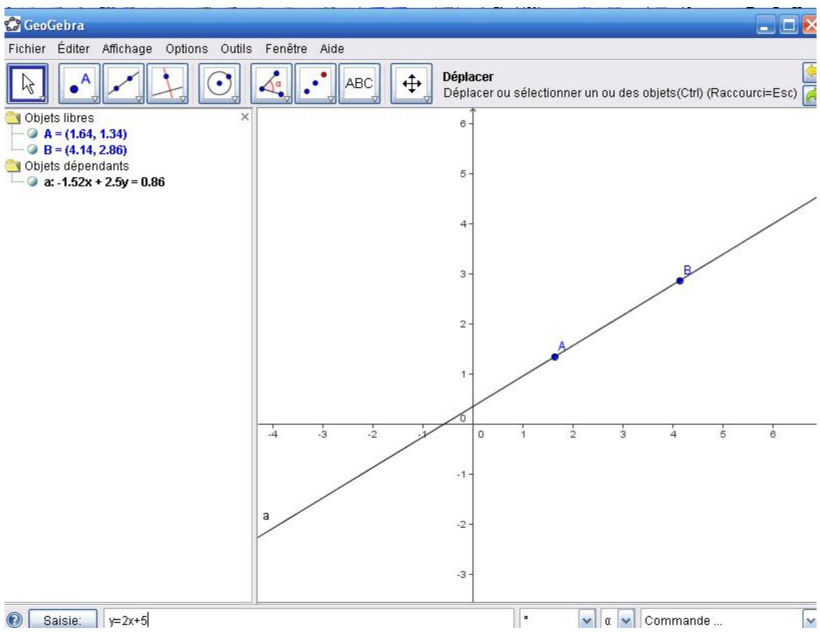


Figure 3 – Deux parties de l'écran – deux modes de représentation

Les champs de bas d'écran permettent d'entrer et de saisir une formule (par exemple, une équation) en fournissant différents types d'aide.

Plusieurs outils sont disponibles pour ajouter de nouveaux objets, manipuler des objets de façon dynamique et changer des paramètres de représentation (par exemple, on peut enlever le système de coordonnées ou afficher juste une partie de l'écran). Finalement, un menu standard en haut de l'écran permet d'opérer sur des fichiers, d'éditer, de gérer les paramètres d'affichage et d'avoir d'autres options en ce qui concerne la gestion du module virtuel. Ainsi, le document (ou le module dynamique) créé peut être enregistré et réutilisé en format statique (papier) ou dynamique (en mode d'exploration). En mode dynamique, l'utilisateur peut modifier les objets et faire des manipulations. On peut également revoir toutes les étapes de la construction.

La simplicité d'utilisation et la facilité avec laquelle des modules virtuels peuvent être créés par l'élève ou pour l'élève permettent de développer des applications complexes dans différentes branches des mathématiques, ce que nous allons démontrer dans la prochaine section.

## 4 Scénarios d'utilisation de *GeoGebra*

Selon le modèle *expliquer – explorer – modéliser* cité plus haut [14], les enseignants ont une vaste gamme d'outils *GeoGebra* permettant, soit de créer ses propres feuilles dynamiques, soit de télécharger les modèles déjà créés en les modifiant ou en les utilisant tels quels. Les modules virtuels analysés dans les quatre scénarios qui suivent traitent de différents domaines mathématiques (algèbre et fonctions, calcul différentiel et intégral ainsi que la géométrie). Les éléments de construction géométrique peuvent être créés à l'aide de différentes options disponibles dans la barre d'outils (voir les boutons sur la *Figure 3*). Leur utilisation ne pose généralement pas de problèmes techniques, même pour les élèves. Les fonctions se définissent à l'aide de la barre de commandes en bas de l'écran (voir *Figure 3*) en suivant la syntaxe requise. Cela peut parfois causer des problèmes, car la syntaxe peut différer de celle utilisée en format livre ou papier crayon. Le système d'aide interactive (lorsqu'on tape une commande) permet généralement de franchir ces obstacles sans difficulté. L'opération de changement de paramètres d'une fonction se simplifie à l'aide de l'utilisation de segments de droite (*sliders*) sur lesquels un point « flottant » libre se déplace en attribuant aux variables des valeurs à l'intérieur d'un intervalle numérique choisi. Finalement, pour faire des constructions plus complexes (exemple des sommes de Riemann), *GeoGebra* possède un vaste choix de fonctions intégrées qui permettent de raccourcir le travail de programmation.

### 4.1 Explorer les paramètres d'une fonction

Prenons l'exemple de la fonction $f(x) = a(x-b)^2(x-c)$ dans sa forme générale et donnons-nous la tâche d'étudier son comportement selon les valeurs concrètes des paramètres $a$, $b$ et $c$. En explorant cette fonction polynomiale du 3$^{\text{e}}$ degré, on peut amener l'élève à découvrir que le changement des valeurs des paramètres $a$, $b$, et $c$ entraîne des changements dans différents aspects de la représentation graphique, en laissant d'autres parties invariantes. Par exemple, on peut observer que la valeur de $a$ influence l'inclinaison de la pente et l'orientation de la courbe. Les paramètres $b$ et $c$ permettent de déterminer les points d'intersection avec l'axe des abscisses. On peut explorer également le nombre et la nature des racines, ainsi qu'examiner des cas particuliers (comme, par exemple, $b = c$). La *Figure 4* représente le graphique de la fonction dans ces différentes situations [13].

Lors de la création du module virtuel, l'enseignant peut déterminer les intervalles de variation des paramètres, en gardant, par exemple, les valeurs de $a$ comme strictement positives dans un cas ou négatives dans l'autre, en fixant l'attention de l'élève sur des aspects particuliers du comportement de la fonction (découverte guidée). Par ailleurs, en laissant les valeurs varier autour du zéro, on peut conduire l'élève à observer le comportement de la fonction lorsque $a = 0$. Un autre cas intéressant apparaît lorsque $b = c$.

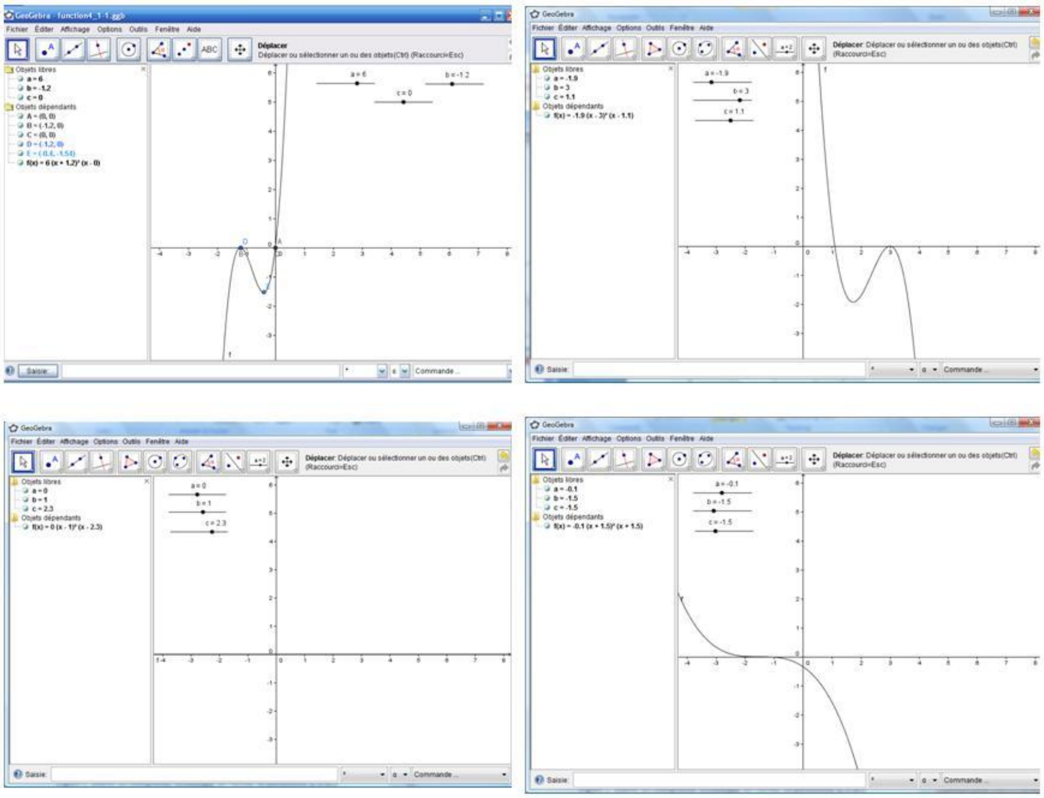

Figure 4 – Barres de changement dynamique de valeurs des paramètres $a$, $b$ et $c$

Chacune des trois barres horizontales contenant un point « flottant » permet de modifier dynamiquement les valeurs de chaque paramètre $a$, $b$ et $c$ de la fonction. Elles sont représentées par des points sur les segments de droite respectifs dans la partie droite de l'écran. À l'aide d'un curseur, les points peuvent être déplacés en modifiant ainsi leurs valeurs numériques. Le graphique sera transformé en conséquence et l'élève pourra faire des explorations, observer, émettre des conjectures et les tester. L'enseignant peut aussi utiliser l'exemple pour faire des démonstrations et organiser des discussions en grand groupe. Les recherches démontrent que ce type d'activités pourra aider les élèves à construire une compréhension dynamique et expérimentale des relations entre les paramètres et le comportement de la fonction.

## 4.2 Étudier les taux de variation d'une fonction

Le but de l'exemple présenté sur la figure suivante est de créer un environnement d'apprentissage pour explorer la variation de la droite tangente en un point de la fonction (voir la *Figure 5*).

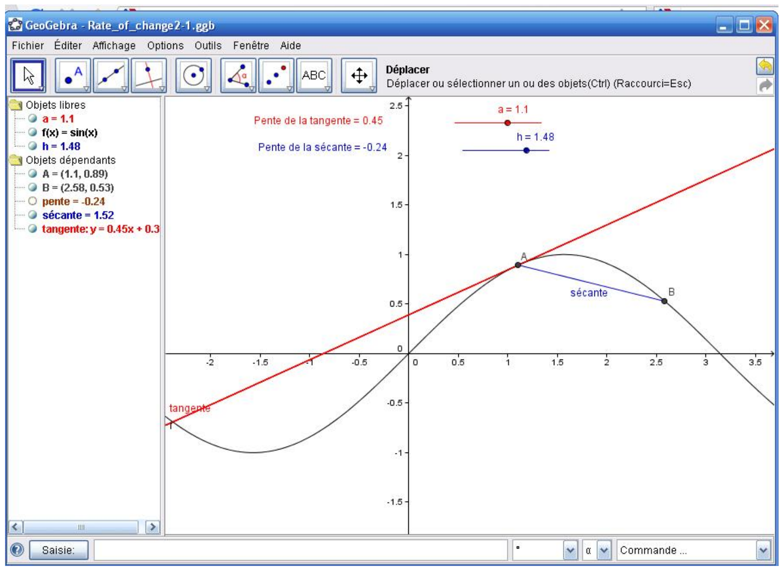


Figure 5 – Visualiser le taux de variation instantané de la fonction sinus

En manipulant la valeur du paramètre $a$ représentant l'abscisse du point A du graphique de la fonction, les élèves peuvent observer une relation entre la disposition de la tangente et la position du point (voir la *Figure 6*).

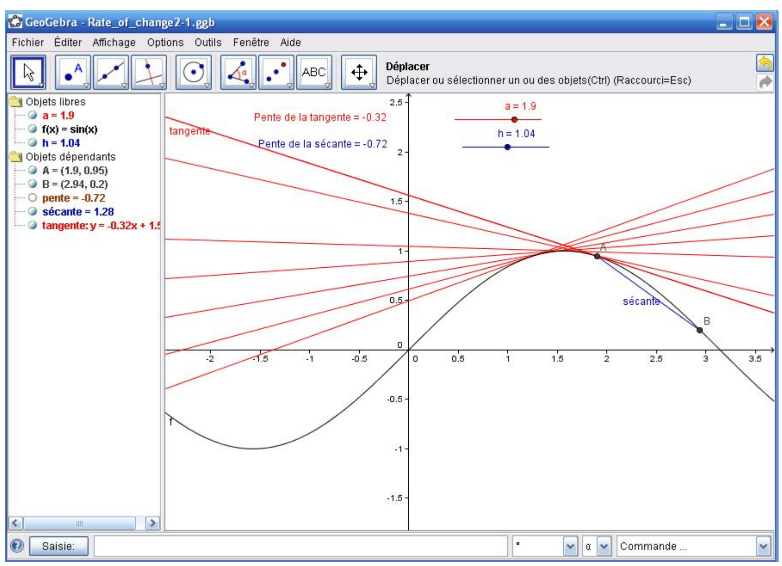


Figure 6 – Changement dynamique de la pente de tangente selon les taux de variation

Ceci permet d'illustrer (ou de faire découvrir par l'élève) comment la position de la tangente change lorsque la fonction est croissante ou décroissante. On pourrait également observer le comportement de la tangente aux points extrêmes. Finalement, il y a une occasion d'explorer la dérivée de la fonction $f(x)$ comme fonction [13].

### 4.3 Étudier les sommes de Riemann

L'exemple suivant, tiré de la présentation de l'auteur du *GeoGebra* au 11e Congrès international sur l'enseignement des mathématiques, illustre la possibilité d'explorer le concept de somme de Riemann extérieure et de somme de Riemann intérieure à l'aide des rectangles bâtis sur chaque subdivision, établissant ainsi une relation entre les deux sommes lorsque le nombre des intervalles de subdivision augmente [12] (voir la *Figure 7*). Au cégep ou en première année universitaire, les étudiants explorent les concepts du calcul intégral. Le modèle dynamique présenté à l'aide de la *Figure 7* leur permet de visualiser et d'illustrer par expérimentation les preuves analytiques vues en classe.

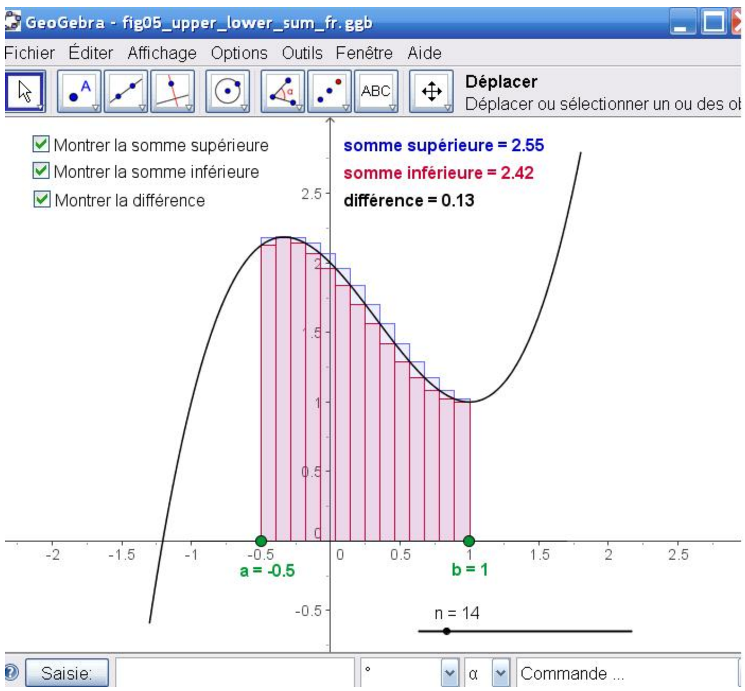


Figure 7 – Les sommes de Riemann convergentes

### 4.4 Investigations géométriques avec *GeoGebra* : propriétés d'un triangle équilatéral

Tout comme d'autres logiciels de géométrie dynamique, *GeoGebra* permet de mettre rapidement les élèves en mode d'investigation. Par exemple, en demandant aux élèves de placer 4 points sur le plan de façon à former trois triangles congrus, on peut leur faire remarquer que la situation peut être décrite à l'aide de : (1) six segments dont les longueurs doivent être examinées pour déterminer la congruence : AB, BC, CD, AC, AD, BD et (2) la disposition relative de points permettant de former des triangles.

Par exemple, en observant la *Figure 8*, les élèves peuvent constater que les longueurs ne sont pas égales et que les points ne forment pas 3 triangles. À l'aide des outils permettant le déplacement des objets libres (ici, tous les 4 points A, B, C et D), il devient possible de modifier la disposition des points. Éventuellement, à l'aide d'essais-erreurs, les élèves vont trouver une autre disposition, telle que présentée à la *Figure 9*. Cette disposition satisfait déjà à la première condition – les 3 triangles sont formés. On peut donc passer à la prochaine étape en s'occupant des distances AB, AC et AD.

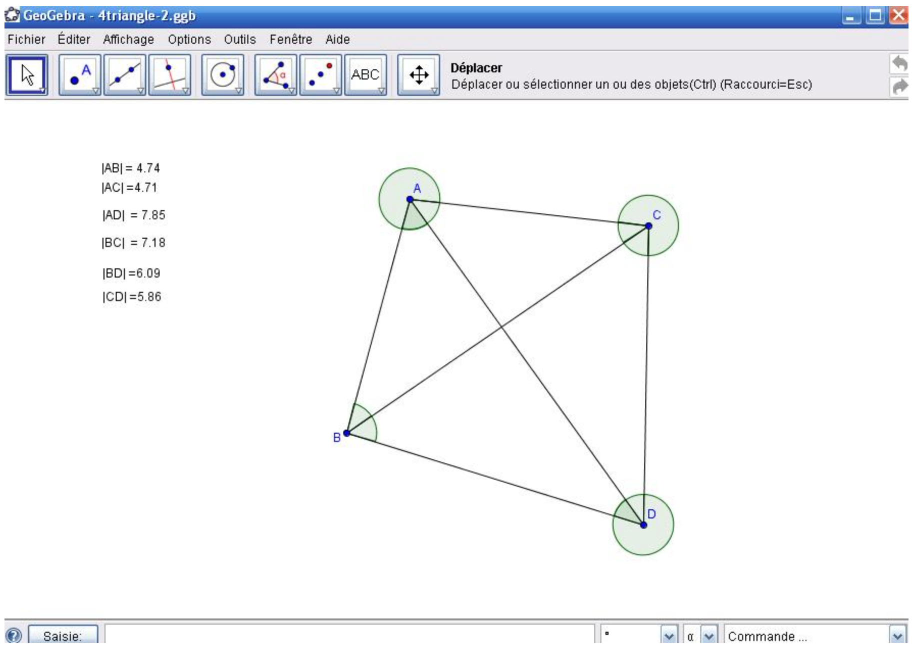


Figure 8 – Faire déplacer les points A, B, C et D pour former trois triangles congrus

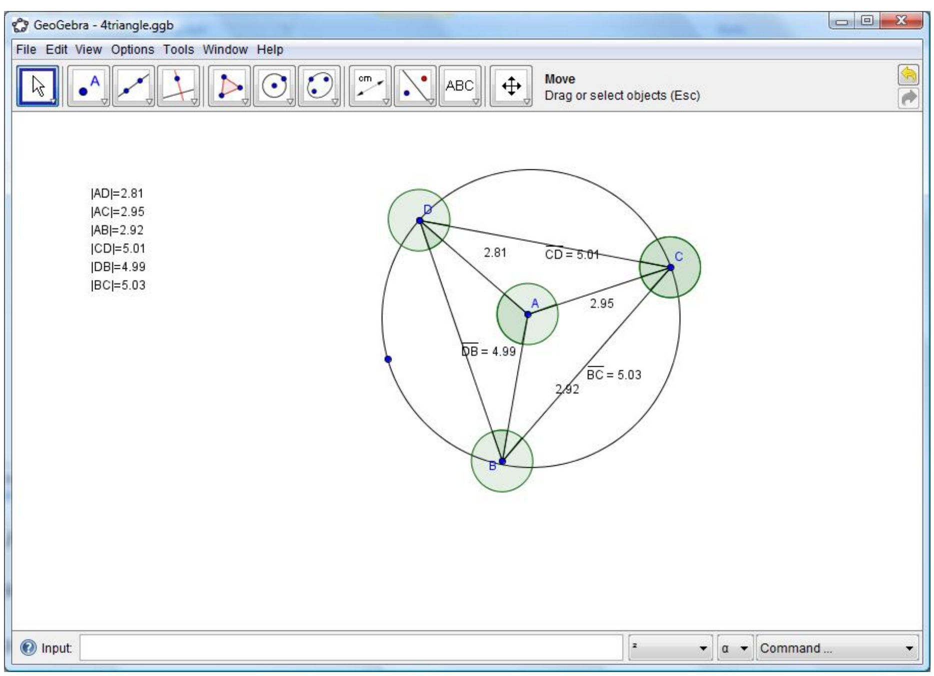


Figure 9 – Propriétés et relations géométriques en mouvement

Pour équilibrer les longueurs jusqu'à ce que les triangles BAC, CAD et BAD soient congrus, il faudra que l'élève découvre le besoin de synchroniser les mouvements d'au moins deux points. La stratégie essai-erreur pourra mener au résultat désiré, mais il est fort probable que les élèves commencent à développer des stratégies plus efficaces en réalisant que l'égalité des longueurs AB, AC et AD devrait être combinée avec celle des longueurs AB, BD et CD. Il se peut que les longueurs soient presque égales : par exemple, BC=5,03, CD=5,01. La recherche d'une solution accessible, même aux élèves du primaire, permet à l'enseignant de mettre l'emphase sur la découverte de relations dans la configuration finale, lorsque les 3 points B, C et D forment un triangle équilatéral et le 4$^{\text{e}}$ point A est le centre du cercle circonscrit au triangle BCD (voir la *Figure 9*). Cette observation peut être approfondie au secondaire et au collégial en complexifiant les relations et les propriétés géométriques qui découlent de la situation investiguée.

Une discussion pourrait être organisée entre les élèves sur la nécessité d'une preuve formelle pour démontrer la congruence et pour établir que le triangle BCD (voir la *Figure 9*) doit être équilatéral. L'approche expérimentale pourra ainsi être appuyée par la théorie en mettant des découvertes à l'épreuve par une logique déductive.

Une fois la solution trouvée, l'investigation pourrait se poursuivre avec un problème nouveau, soit l'étude de la somme des distances d'un point à chacun des côtés du triangle équilatéral ABC (voir la *Figure 10*). En demandant aux élèves de faire déplacer le point D à l'intérieur du triangle, on peut les amener à observer que la somme de ces distances est la même, peu importe la position du point D – une découverte surprenante et pas évidente. Les longueurs et les sommes en question apparaissent dans le champ « algébrique » de l'écran en facilitant les observations et la production de conjectures.

L'étonnante observation pourra amener les élèves à se questionner sur les raisons de cette relation. En approfondissant leur exploration, ils pourront voir le lien entre la somme en question et la hauteur du triangle (les deux sont en effet égales), ce qui pourrait conduire à une preuve plus déductive et formelle.

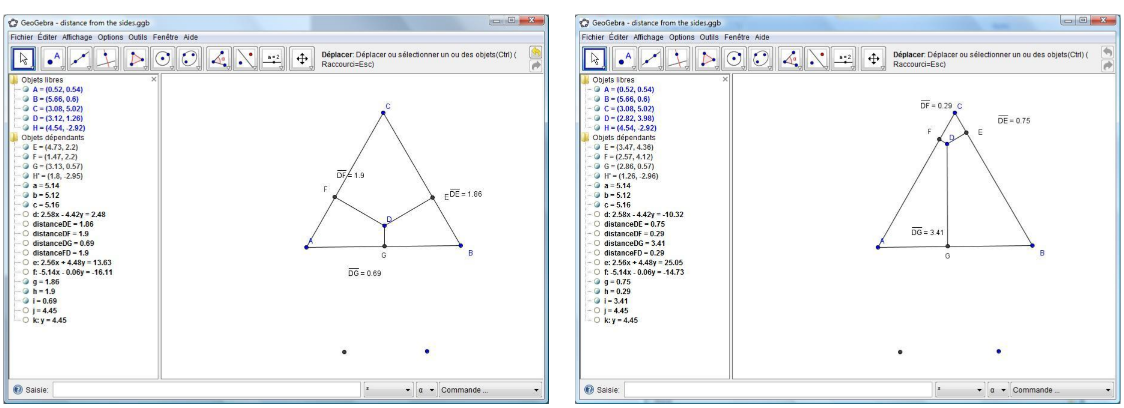

Figure 10 – Position du point et ses distances aux côtés du triangle

Effectivement, le lien pourrait aussi être fait avec le problème précédent et mener à la compréhension que pour le triangle ABC, AB=BC=CA, les trois segments représentent les bases des triangles ADC, ADB et BDC. Donc, la somme des aires de ces triangles dépendra seulement de la somme des hauteurs DE, DF et PG, qui sera constante si on ne modifie pas le triangle. La technologie pourrait alors permettre de faire des découvertes, voir de nouveaux liens et avoir des idées de preuves formelles. Il existe aussi une possibilité d'étendre l'investigation vers un autre cas fascinant, celui d'un triangle isocèle avec un point sur sa base.

La *Figure 11* illustre ainsi cette extension possible : pour un triangle isocèle ACB, la somme des distances PE et PF d'un point quelconque sur la base AB à chacun des deux autres côtés reste la même et elle est égale à la hauteur issue du sommet A.

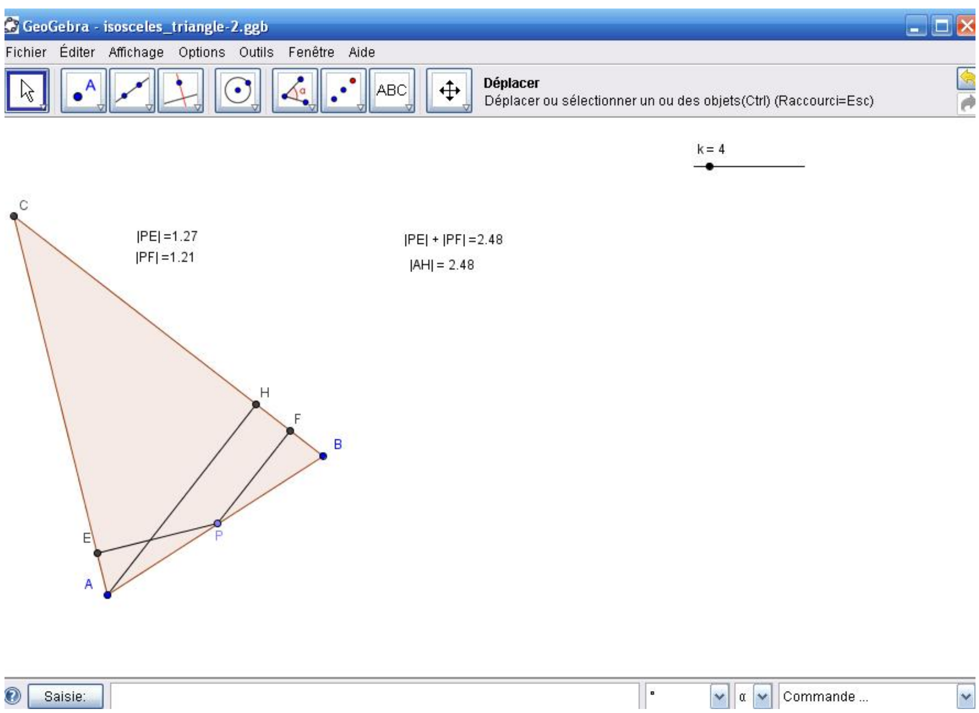


Figure 11 – Le cas d'un triangle isocèle

## 5 *GeoGebra* vu par les chercheurs et les praticiens

Dans cette section, nous allons faire un retour réflexif sur différents éléments soulignés par les chercheurs et les praticiens. Citons tout d'abord l'article tout récent de Dicovic [4] qui met l'emphase sur l'utilisation de *GeoGebra* comme environnement d'exploration active de structures mathématiques à l'aide de représentations multiples, ou pour montrer aux élèves des relations mathématiques qu'on ne peut pas « voir » dans un environnement papier crayon. C'est donc un outil qui pourrait être utilisé comme moyen de visualisation mathématique. *GeoGebra* s'avère plus particulièrement riche pour une visualisation multi référentielle permettant d'établir des liens entre différentes représentations, comme l'illustre notre *Figure 31*, et ainsi mieux comprendre les relations mathématiques que suggèrent ces représentations, comme le montre notre exemple d'investigation des paramètres d'une fonction cubique (Exemple 1). Le lien entre les modes textuel/gestuel est plus explicite dans *GeoGebra* comparativement à d'autres logiciels, selon Boileau [2].

Un autre aspect pouvant enrichir les expériences d'apprentissage des élèves est lié à la nature dynamique du logiciel qui permet d'observer comment les manipulations d'un objet (ou d'un groupe d'objets) entraînent des changements dans d'autres objets, comme le témoigne l'exemple analysé par Haciomeroglu et coll. [8] de changements du volume d'un prisme triangulaire comme résultat de changements de ses dimensions. Notre exemple des sommes de Riemann (*Figure 7*) a été commenté par Hohenwarter et coll. [12] comme permettant aux élèves de modifier le nombre de rectangles et de voir comment les sommes changent (simultanément) dans un contexte dynamique.

Les possibilités d'expérimentations et d'investigations illustrées dans notre 4e exemple ont été examinées, entre autres, par Gironce et Martin [7] qui soulignent l'importance de développer une attitude de chercheur en mathématiques permettant de redéfinir les objets à étudier, de modifier les règles, les données, et même la question posée. Depuis le travail de l'équipe *CABRI*, les chercheurs prônent la démarche débutant par la manipulation directe, suivie de l'engagement direct (avec la version II) et ses nombreux raffinements. Les logiciels d'accès libre et gratuit comme *GeoGebra* vont dans ce sens, ce qui permet à l'élève de manipuler, d'observer, d'émettre une conjecture pour, par la suite, essayer de la valider de façon expérimentale et déductive. Finalement, les auteurs citent Michèle Artigue qui présentait la géométrie dynamique comme « le nouveau paradigme de l'enseignement de la géométrie », en mettant l'accent sur « le rôle des enseignants pour développer une culture de la géométrie dynamique cognitivement productrice ».

En examinant le potentiel éducatif de *GeoGebra* illustré par les quelques exemples analysés ci-dessus, il faudra également revenir sur quelques préoccupations soulevées au début de notre article, liées notamment aux aspects techno-pédagogiques de son utilisation. À travers nos commentaires sur chaque exemple, nous avons estimé leur niveau de difficulté en termes de construction de feuilles dynamiques avec *GeoGebra*. Le nombre croissant de fonctions qui raccourcissent les commandes de programmation nous semble suffisant pour permettre aux utilisateurs d'en trouver une qui réponde aux besoins pédagogiques et qui tienne compte de leur niveau d'expertise technique pour créer les feuilles interactives. Notamment, l'exemple 4.3 démontre comment, en utilisant les deux fonctions préprogrammées : *SommeInférieure* ou *SommeSupérieure[fonction f,nombre a,nombre b,nombre n]*, les enseignants ou les élèves peuvent construire eux-mêmes une feuille dynamique illustrant le concept de sommes de Riemann en très peu de temps. Ces raccourcis aident les utilisateurs à atteindre leur but sans passer par les étapes multiples pour définir l'intervalle d'intégration, le répartir en sous-segments, construire les rectangles ayant un sommet sur le graphique de la fonction, calculer l'aire de chaque rectangle et additionner les aires en tenant compte du signe de la fonction. Une facilité de créer et d'utiliser les barres de défilement (*sliders*) pour visionner et modifier les paramètres continus (dans notre cas, l'incrément de $x$) de façon dynamique et interactive augmente le potentiel exploratoire du logiciel.

Il faudra aussi noter que l'existence de plusieurs logiciels de géométrie et d'algèbre dynamique

(*CABRI, GraphEasy, Geometer's Sketchpad, Cinderella*, *GeoGebra*, et autres) pose aux utilisateurs plusieurs questions de comparaison. La comparaison des logiciels dynamiques ne fait pas l'objet du présent article, mais nous pouvons toutefois remarquer un intérêt croissant de la part des chercheurs et des praticiens à ce sujet [2]. Chaque logiciel nous semble avoir quelques éléments spécifiques qui le rendent unique et utile pour soutenir l'apprenant dans une situation concrète. Il revient donc à l'enseignant d'examiner différentes options et de faire des choix judicieux en se basant sur les besoins particuliers de ses élèves [18].

Pour terminer notre analyse, rappelons que l'approche collaborative et communautaire au développement du logiciel, entre autres via les Instituts de *GeoGebra* à travers le monde et les outils du web social 2.0, semble être prometteuse. L'expérience en développement professionnel des enseignants et enseignantes acquise par l'équipe de *GeoGebra* permet de mieux connaître les difficultés de son implantation en salle de classe et d'améliorer les outils d'accompagnement didactique [11].

Le champ d'applications de *GeoGebra* ne se limite pas aux exemples analysés. Il existe déjà une banque de ressources consistante avec scénarios d'apprentissage dans les domaines de l'arithmétique, de la statistique et des probabilités, tout comme en algèbre et en géométrie. Voici comment Daniel Montrard[5] présente cette multitude de façons pédagogiques d'intégrer *GeoGebra* :

> Après le tableur Excel, c'est maintenant GéoGébra, un logiciel intéressant non seulement pour sa gratuité, mais aussi pour sa facilité d'emploi vis-à-vis de nombreuses tâches. De plus, il est en perpétuel renouvellement grâce à une communauté active et internationale de contributeurs. Voici quelques animations et des applications constructives pour vos séquences d'enseignement, toutes en ligne, effectuées sous GéoGébra. Plusieurs me demandent l'utilisation pédagogique de ces animations dans mes cours et le mode d'emploi de ces applets. Plutôt que des discours et des paroles sans fin, c'est à vous de les utiliser à bon escient, comme vous le voulez, ou alors venez dans ma classe. L'innovation ne se nourrit pas de textes convenus et de procédures formatées, ni de rigueur et de rigidité.... .

Existe-t-il une meilleure façon de compléter notre réflexion en invitant nos lecteurs à aller à la découverte du potentiel didactique de *GeoGebra* !

## Références

[1] Banville, L., Blanchard, S., Bouchard, M., Blain, S., Chassé, C., Freiman, V., Gauvin, R., Lirette-Pitre, N. et Long, B. (2009, 7 octobre). RobotMaTIC, L'utilisation de la robotique afin d'améliorer la résolution de problèmes en mathématiques et développer la pensée critique. Consulté le 1er janvier 2010, sur http ://www.infobourg.qc.ca/sections/editorial/editorial.php ?id=14648, Infobourg, 7.10.2009.

[5] http ://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/accueilmath.htm

[2] Boileau, A. (2008). Étude comparative de divers logiciels de géométrie dynamique. Présentation au GRMS, 2008. Consulté le 1er janvier 2010, sur http ://www.math.uqam.ca/_boileau/Fichiers/GRMS2008/Presentation.pdf

[3] Depover, C., Karsenti, T. et Komis, V. (2007). *Enseigner avec les technologies : favoriser les apprentissages, développer des compétences*. Presses de l'Université du Québec.

[4] Dicovic, L. (2009). Implementing Dynamic Mathematics Resources with GeoGebra at the College Level. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, 4, 3. Consulté le 1er janvier 2010, sur http ://online-journals.org/i-jet/article/viewArticle/784

[5] Freiman, V. (2008). « Exploration des scénarios interdisciplinaires dans le cadre de l'accès direct à l'ordinateur portable (ADOP) avec les élèves de 7e et 8e années. » In Theis L. (Dir.) *Enseignement des mathématiques et interdisciplinarité*. Actes du colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec, Université de Sherbrooke, 22-23 mai, 2008, p. 89-96.

[6] Freiman, V., Vézina, N. et Langlais, M. (2005). Le chantier d'apprentissages mathématiques interactifs (CAMI) accompagne la réforme au Nouveau-Brunswick : Mathématique virtuelle à l'attention du primaire. Consulté le 1er janvier 2010, sur http ://spip.cslaval.qc.ca/mathvip/rubrique.php3 ?id_rubrique=18

[7] Gironce, M. et Martin, Y. (2009). La démarche d'investigation et les TICE : une opportunité pour l'inventivité ? *MathémaTICE : Intégration des TICE dans l'enseignement des mathématiques 9*, mars 2008. Consulté le 1er janvier 2010, sur http ://revue.sesamath.net/spip.php ?article130

[8] Haciomeroglu E.S., Bu, L., Schoen, R.C. et Hohenwarter, M. (2009). Learning to Develop Mathematics Lessons with GeoGebra. MSOR Connections 9, 2. Consulté le 1er janvier 2010, sur http ://www.mathstore.ac.uk/headocs/9224_haciomeroglu_e_etal_geogebramathlessons.pdf

[9] Hohenwarter, M. (2002). *GeoGebra - Ein software system für dynamische Geometrie und Algebra der ebene. Master thesis*, University of Salzburg.

[10] Hohenwarter, M. (2006). Dynamic Investigation of Functions Using GeoGebra. *Proceedings of Dresden International Symposium on Technology and its Integration into Mathematics Education 2006*. Dresden, Germany : DES-TIME.

[11] Hohenwarter, J., Hohenwarter, M. et Lavicza, Z. (2008). « Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers : The Case of GeoGebra. » *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28, 2, 135-146.

[12] Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y. et Lavicza, Z. (2008). Teaching and Calculus with Free Dynamic Mathematics Software GeoGebra. Paper presented at the ICME-11-TSG-16. Consulté le 1er janvier 2010, sur http ://www.geogebra.org/publications/2008-ICME-TSG16-Calculus-GeoGebra-Paper.pdf

[13] Karadag, Z. (2009). Visual Learning in Mathematics Education. Presentation notes. Vancouver, Canada : Canadian Mathematics Education Forum.

[14] Karadag, Z. et McDougall, D. (2009). Visual Explorative Approaches to Learning Mathematics. In Swars, S. L., Stinson, D. W. et Lemons-Smith, S. (Dir.). *Proceedings of the 31st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (p. 1630-1636). Atlanta, GA : Georgia State University.

[15] Martinovic, D., Magliaro, J. et Pugh, T. (2009). Applying Emerging Technologies to Build Communities of Collaborative Learning. V$^{\text{th}}$ International Conference on Multimedia and ICT in Education (m-ICTE2009), Lisbon (Portugal), 22-24 April 2009. Consulté le 1er janvier 2010, sur http ://www.formatex.org/micte2009/book/917-921.pdf

[16] Martinovic, D., Karadag, Z., Freiman, V., Roulet, G., & Gadanidis, G. (2010, à paraître). Online Learning : Collaborative Mathematical Exploration. *A Working Group Report, Canadian Mathematics Education Forum*. Canadian Mathematics Society. Vancouver, Canada : CMEF.

[17] Pallascio, R. (2003). L'Agora de Pythagore : une communauté virtuelle philosophique sur les mathématiques. In Taurisson A. et Senteni A. (Dir.) *Pédagogies.net : L'essor des communautés virtuelles d'apprentissages*. Presses de l'Université du Québec, pp. 193-210.

[18] Ruthven, K. (2008). The Interpretative Flexibility, Instrumental Evolution and Institutional Adoption of Mathematical Software in Educational Practice : The Examples of Computer Algebra and Dynamic Geometry. *Journal of Educational Computing Research* 39(4), 379-394.

## Auteurs

Viktor Freiman, viktor.freiman@umoncton.ca

Dragana Martinovic, dragana@uwindsor.ca

Zekeriya Karadag, zekeriya@bilelim.net