Association Mathématique du Québec

La revue des revues

Bernard Courteau,
Université de Sherbrooke
Collaboration spéciale : Virginie Houle et Jeanne Koudogbo,
UQAM

J'ai plaisir à remercier ici Virginie Houle et Jeanne Koudogbo qui nous présentent une recension détaillée d'un dossier sur la dyscalculie développementale. Dans un deuxième temps, je donne des notes rapides, partielles et partiales sur quelques revues récentes.

1. Revue de neuropsychologie du développement et des apprentissages, Approche neuropsychologique des apprentissages chez les enfants (A.N.A.E), No 102, juin 2009, vol 21- tome 2 : La dyscalculie développementale.

Par Virginie Houle, orthopédagogue, doctorante en didactique des mathématiques à l'UQAM et Jeanne Koudogbo, doctorante en didactique des mathématiques à l'UQAM.

Alors que la dyslexie est un trouble relativement connu des enseignants de l'école obligatoire, en particulier des orthopédagogues, la dyscalculie reste largement méconnue. Et pourtant, il est de plus en plus fréquent qu'une difficulté en mathématiques soit associée à une dyscalculie. Une expertise collective produite en 2007 par *l'Institut national de la santé et de la recherche médicale* en France rappelle que nos connaissances sur la dyscalculie sont encore bien minces. Ce numéro a donc tout intérêt à être connu du fait qu'il se propose de « *synthétiser, discuter et améliorer les approches disponibles* par la participation d'auteurs à l'image de *la diversité des domaines de recherche (fondamentale ou appliquée) susceptibles de s'intéresser à la dyscalculie* ». Le dossier, qui comprend huit articles, présente des regards contrastés — surtout par les diverses entrées de la notion traitée. Les débats qui ont cours, notamment sur la définition, les critères ainsi que sur la prévalence de la dyscalculie, sont clairement exposés par les tenants de la psychologie cognitive, de la psychologie développementale et de la neuropsychologie. Un article de base formule six propositions pour cerner la dyscalculie développementale (DD) et sept articles lui font écho en confrontant ces propositions, sur la base d'études portant sur la population DD, la comorbidité (troubles associés à la DD) et la remédiation des troubles du calcul.

Il nous semble important d'apporter au lecteur, dès cette introduction, quelques informations sur la dyscalculie. La dyscalculie se rapporte à des troubles du calcul, ce qui est bien différent des difficultés en mathématiques. Malgré les nombreux débats sur la définition de la dyscalculie, on retient celle de Fisher, reprise par Vilette dans ce numéro : « *La dyscalculie est un trouble spécifique du calcul mental qui résulterait d'un dysfonctionnement dans la mise en œuvre des opérations arithmétiques* *élémentaires chez l'adulte (AC ou DA) ou d'un déficit dans les processus de leur acquisition chez l'enfant* » (p. 166). Les critères diagnostiques sont de deux ordres : 1) d'inclusion, par exemple, la performance à un test arithmétique ; 2) d'exclusion, par exemple, la performance à un test de langage ou d'efficience globale. Mais le choix des critères, des outils diagnostiques, du type d'analyse des performances est en débat. Le taux de prévalence est largement discuté et varie, selon les études, entre 1 et 6 %.

Le dossier

L'article d'introduction écrit par Fischer est une synthèse historique, théorique et méthodologique. Il consiste, comme le rapporte l'auteur, à circonscrire six questions afin de mieux appréhender la notion de DD, lesquelles serviront de repères aux auteurs sollicités. (1) *Que faut-il retenir des définitions originelles de la DD ?* constitue la première question à laquelle l'auteur répond en exposant différentes acceptions, depuis les prémices de la dyscalculie avec l'acalculie de Henschen (1919), le « *Reichenzentrum* » ou centre du calcul de Kleist (1934) qui serait affecté (acalculie pure), la DD avec comorbidités de Cohn (1968). En somme, c'est un imbroglio qui caractérise la définition de la DD. Émerge alors le problème du diagnostic : (2) *Comment détecter systématiquement la DD ?* La méthode de détermination de Kosc (1974), avec son principe d'estimation (critères d'inclusion : faiblesse en calcul, critères d'exclusion : QI anormalement faible), paraît encore la plus classique, malgré des difficultés d'application. Fischer argue l'importance de la significativité de la divergence entre les performances à des épreuves de calcul et de langage (ou de QI). Dans ces conditions, (3) *Comment interpréter les données de prévalence actuelles ?* Si plusieurs études à l'échelle mondiale attestent de la divergence de ces critères, on ne peut en revanche faire abstraction de la pertinence d'une distinction entre DD pure (DDp) et DD avec comorbidités (DDc). Cependant, la prévalence de 6 % de sujets dyscalculiques exposée par la plupart des études porte à conjecturer qu'il y a un glissement de sens de DDc (lecture) vers la difficulté ou l'échec scolaire. Conséquemment, l'auteur soutient la prévalence de 1,5 %, arguments à l'appui. Mais (4) *Comment rééduquer la DD ?* Fischer insiste sur la pertinence d'une approche interdisciplinaire bénéficiant de l'apport de la psychologie cognitive, de la pédagogie/didactique et de la neuropsychologie. L'article présente une analyse de deux expériences de rééducation qui aboutit à deux constats différents. Le premier est la difficulté d'évaluer l'efficacité d'un programme de remédiation ; le second qui, à notre avis, mérite une grande attention, est la difficulté de concevoir un programme efficace qui le soit tout autant avec des sujets qui présentent des difficultés en calcul sans toutefois présenter un profil DD.

Mais en fait, (5) *Quelle est l'origine de la DD ?* Question difficile puisque deux écoles de pensée s'opposent : ceux qui, comme Kosc (1974), Bruandet et coll. (2004), Dehaene et coll. (2004), etc. lui trouvent une origine génétique, et ceux-là (Simon et coll. (2008), Fischer (2005 et 2007)), pour qui elle serait plutôt acquise. L'Expertise collective (2007) de l'INSERM [1], quant à elle, considère la DD comme étant *un trouble dû au moins en partie à des facteurs génétiques.* Outre la difficulté de situer son origine, se pose, selon Fisher, le problème de la spécificité des mathématiques (le

[1] Institut national de la santé et de la recherche médicale (2007). *Dyslexie, dysorthographie, dyscalculie. Bilan des données scientifiques.* Expertise collective. Paris : Les éditions Inserm.

calcul) qui nécessite une forme particulière d'abstraction, soit l'abstraction dite réfléchissante (Piaget, 1978). Dans cette perspective, les difficultés en mathématiques proviendraient d'un manque de généralisation constructive, empêchant ainsi l'élève de se détacher de l'abstraction empirique. Enfin, la dernière question posée, (6) *Peut-on caractériser davantage la distinction entre DDp et DDc ?* Différentes raisons sont avancées pour justifier une telle distinction, notamment leur développement pathologique (Aster et Shalev, 2007). Ainsi, un déficit précoce du système numérique basique s'appliquerait à une DDp, alors que des troubles d'attention, de mémoire de travail et de langage entraveraient l'acquisition des concepts de nombre pour une DDc. D'après Dehaene et ses collaborateurs, il s'agit d'une séparation entre le non verbal (sens du nombre) et le verbal (signifiants). Or, des études récentes remettent en cause cette distinction (IRMF : Kucian et coll., 2006 ; morphométrie : Rotzer et coll., 2008), vu l'ambiguïté des frontières entre élèves avec DDp/DDc (Rousselle et Noël, 2007).

Vilette, dans son article intitulé *L'estimateur : un programme de remédiation des troubles du calcul*, discute les propositions de Fischer sur la base des résultats d'une étude portant sur la remédiation des troubles dyscalculiques. En quelques mots, cette remédiation visait à favoriser l'apprentissage des opérations d'addition et de soustraction à l'aide d'un programme informatique. Dans le cadre de ses interactions avec l'environnement, l'élève devait prévoir de façon approximative le résultat de calculs numériques en déplaçant le curseur sur une ligne numérique. Les résultats de cette étude corroborent l'hypothèse de Fischer d'un trouble cognitif acquis plutôt qu'inné, puisque 7 séances de 30 minutes ont suffi pour obtenir des améliorations significatives sur les capacités en calcul des enfants. Dans une perspective développementale, l'origine des troubles d'apprentissage en calcul proviendrait plutôt d'un défaut dans la mise en relation des deux systèmes de quantification, soit le système exact et verbal et le système approximatif et non verbal. Il serait par conséquent bénéfique de travailler le calcul exact et verbal en sollicitant à la fois les processus d'approximation et les représentations analogiques. Vilette questionne de plus les critères d'identification d'un sujet dyscalculique présentés par Fischer. Bien que le critère d'inclusion, c'est-à-dire les faibles performances en calcul arithmétique, lui paraît facilement repérable, celui d'exclusion, un QI anormalement faible, lui semble difficile à cerner en raison notamment de la diversité des processus cognitifs.

Vannetzel, Eynard et Meljac ont écrit un article intitulé *Dyscalculie : une rencontre difficile. Étude d'une population d'enfants consultant dans un centre de référence pour troubles des apprentissages.* Il porte sur une étude réalisée par une équipe de spécialistes œuvrant au sein d'un centre de référence pour les troubles de l'apprentissage d'une unité de psychopathologie universitaire. Partant d'un échantillon important d'enfants consultant ce centre (N = 1558), l'étude utilise trois méthodes différentes d'identification de la dyscalculie (*la méthode du WISC*, celle avec des épreuves piagétiennes et la méthode préconisée par Fischer). Les résultats révèlent un pourcentage de sujets dyscalculiques d'environ 1 % (ce qui conforte la proposition de Fischer), remettant en cause le taux de prévalence (6 %) le plus souvent évoqué dans les études. Du coup, les auteurs proposent quelques éléments de réflexion sur les importantes confusions entretenues à l'égard de ce trouble. Par ailleurs, l'article soulève la question de la comorbidité, vu la présence de troubles associés chez plus de la moitié des sujets étudiés. Il semble, de plus, qu'il n'y ait pas de différence significative entre le profil cognitif des enfants avec mention DD et celui des enfants sans mention DD. Somme toute, le lecteur est amené à percevoir au fil des résultats le filtrage graduel des enfants étiquetés dyscalculiques, révélant la fragilité des critères jusqu'ici employés et celle de la cohérence entre la validité scientifique de la notion et son usage dans le milieu de l'intervention.

Les trois articles suivants s'attaquent principalement à la question de la comorbidité (troubles associés à la DD). Abordant cette thématique selon des angles différents, ils aboutissent à des résultats tout aussi différents. On peut constater, à la lecture de ces articles, que le rapport entre la dyslexie et la dyscalculie est une question sensible, au cœur des débats et encore ouverte.

L'article de Fayol, Fluss, Sacchet, Siclier, Mirassou et Billard, intitulé *Associations et dissociations en lecture et mathématiques*, vise à mettre en exergue de possibles interrelations entre les performances en français (lecture : décodage) et en mathématiques (arithmétique). Trois épreuves, dont une épreuve de lecture (identification de mots écrits), une d'orthographe (batterie rapide d'évaluation cognitive : BREV) et une de mathématique (arithmétique : Batelem-R) ont été soumises à un échantillon contrasté d'enfants de troisième année du primaire (N = 1018). Des seuils précis et sévères d'inclusion/exclusion ont alors été utilisés. Les résultats, dans l'ensemble, corroborent l'existence d'une corrélation faible à forte entre les scores. Si l'association forte entre performances en lecture et en mathématiques a été confirmée, il n'en demeure pas moins qu'au terme de leur étude, les auteurs apportent quelques nuances. Ainsi, l'existence d'une double dissociation s'est révélée (sujets faibles en lecture, mais bonne performance en mathématiques ou l'inverse). En substance, ces dissociations, dans un avenir proche, pourraient permettre de poser un diagnostic précoce des enfants ayant des troubles spécifiques de l'arithmétique et, subséquemment, d'élaborer des plans d'intervention adaptés.

L'article : *Le problème de la comorbidité dans les troubles du calcul* s'attache à expliquer la présence éventuelle d'autres troubles associés à la DD, tels la dyslexie, le déficit d'attention/hyperactivité et l'anxiété. L'auteur, Von Aster, insiste d'ailleurs sur leur importance pour poser un diagnostic de DD et pour comprendre son développement. Afin de prédire la comorbidité (causes et formes), l'auteur se sert d'un modèle du développement numérique hiérarchisé en quatre paliers allant des représentations concrètes (1) dès la naissance à celles abstraite et spatiale (4), au début de la scolarité. À ce dernier niveau, c'est grâce à *une ligne numérique mentale qu'une manipulation pensée de l'arithmétique devient possible*. Divers facteurs (dispositions génétiques, troubles transmis et effets contextuels de l'apprentissage, etc.) participeraient à entraver la formation des représentations de cette fameuse ligne. Cela impose dans le diagnostic une approche plus globale intégrant le développement général de l'enfant, en plus des aspects propres au domaine numérique. Une étude de cas est présentée comme illustration ; elle révèle la nécessité de sortir des considérations exclusivement génétiques pour tenir compte des influences de l'environnement de l'enfant. D'autres conclusions sont rapportées laissant poindre les différences déjà montrées ailleurs à propos des critères et des instruments de mesure, dont celle liée à la difficulté de résoudre le problème de la mesure de l'intelligence. Ainsi, les épreuves de calcul et de raisonnement mobilisant la mémoire de travail s'accompagnent de fortes corrélations avec l'intelligence générale et d'écarts moindres. Cela s'applique tout autant à la dyslexie, si l'accent est davantage mis sur les mesures de la compréhension en lecture et expression écrite, plutôt que sur l'exactitude et la fluidité du processus de lecture.

Comme son titre l'indique, *Peut-on caractériser davantage la distinction entre les dyscalculies développementales pures et avec comorbidité ?*, cet article aborde également la question de la comorbidité. Il distingue les DD pures des DD avec comorbidité, s'alignant ainsi sur la proposition de Fischer (cf. article de base). L'auteur, Rubinsten, s'intéresse plus particulièrement à la DD accompagnée d'une dyslexie, qui constituent toutes deux des troubles causés par un déficit cognitif. Il s'appuie sur l'apport des neurosciences pour différencier les causes originelles de la comorbidité. Dans le cas d'une DD, le sillon intrapariétal horizontal (HIPS) serait affecté alors que dans le cas d'une dyslexie, ce seraient les aires cérébrales occipito-temporales. Or, si ces deux troubles proviennent de causes biologiques distinctes, pourquoi autant de personnes présentent-elles à la fois une DD et une dyslexie ? Rubinsten suggère, comme réponse, que le gyrus angulaire serait impliqué dans le cas d'une DD accompagnée d'une dyslexie, puisque cette aire cérébrale est engagée dans les fonctions cognitives de haut niveau nécessaires autant à la lecture qu'au calcul mental (Dehaene et coll. 1999). L'auteur précise, et ce n'est pas sans importance, que la source d'un déficit des fonctions du gyrus angulaire ne serait pas uniquement génétique, car ces fonctions varieraient au cours du développement. Par cet argument, l'auteur promeut l'intégration des apports de la neuropsychologie statique et développementale.

Vigier est l'auteur de l'article : *Les élèves en grande difficulté en maths : sont-ils dyscalculiques et peuvent-ils bénéficier d'une approche du calcul par tableaux et tableurs ?* Il présente d'abord une analyse des données de PISA[2] tout à fait intéressante en regard du taux de prévalence de la dyscalculie. Selon ces données, le pourcentage d'élèves en très grandes difficultés en calcul varie, selon les pays, entre 1 et 12 %. Comme nous en convainc l'auteur, ces résultats remettent en cause l'hypothèse d'un dysfonctionnement neurologique à l'origine de la DD. Effectivement, si tel est le cas, la DD devrait être également et universellement distribuée. Et si le problème n'est pas d'origine génétique, les élèves dyscalculiques peuvent d'autant mieux bénéficier d'un enseignement pour remédier à leurs difficultés. Considérant les difficultés en résolution de problèmes comme provenant notamment de déficits culturels et de difficultés dans la compréhension de l'écrit, Vigier a mis en place une intervention échelonnée sur plusieurs semaines à partir d'une même situation, la plus réelle et concrète possible. Il vise ainsi à ce que la situation devienne familière à l'élève. De plus, afin de faciliter la compréhension de l'énoncé et d'éviter les impasses, l'intervention propose un découpage du problème en microschémas à l'aide de soulignements et d'encadrements colorés. Il serait bénéfique, par ailleurs, de remplacer l'usage de la calculatrice, possiblement responsable des faiblesses en calcul, par le tableur. Il s'agit alors de transférer l'énoncé du problème vers un tableau informatique, ce qui permet notamment d'établir des liens entre les nombres. Enfin, en limitant la part verbale grâce à l'utilisation de tableaux et de tableurs, il serait possible selon l'auteur d'accéder à certains apprentissages numériques même auprès d'élèves présentant d'importantes difficultés.

Dans le dernier article, en guise de conclusion aux diverses contributions, Fischer fait un retour critique sur quelques questions saillantes, entre autres sur l'importance d'un consensus autour d'une définition rigoureuse de la DD, laquelle pallierait les limites dans sa détection, les écarts de sa prévalence et permettrait ainsi d'optimiser sa rééducation. Par ailleurs, du fait de l'importance que

[2] *Programme international pour le suivi des acquis des élèves*, initié par l'OCDE en 2000, qui évalue le niveau des élèves de 15 ans dans 56 pays.

ce programme prend dans les écrits, l'auteur revient sur le *Dyscalculia Screener* de Butterworth qui vise à distinguer les élèves faibles en calcul de ceux qui sont véritablement dyscalculiques. Il montre quelques limites de ce programme. Des considérations d'ordre théorique sont finalement élucidées. Sont alors exposés les arguments en faveur de l'origine génétique de la DD, dont la validité est fortement remise en question, et ceux en faveur d'une DD qui se développerait en interaction avec l'environnement. Fischer décrit ce processus de développement par la notion piagétienne d'abstraction réfléchissante. Selon l'auteur, une insuffisance de ce processus serait à la source des difficultés numériques, peu importe que le sujet soit dyscalculique ou non.

Discussion et conclusion

Au terme de cette recension, nous croyons important que le milieu de l'éducation s'informe davantage sur la notion de dyscalculie avant d'en faire usage. Les commissions scolaires exigent de plus en plus des diagnostics de type neuropsychologique sur les difficultés scolaires des élèves afin, sans doute, de donner une patine scientifique à l'intervention scolaire. En effet, selon Vannetzel, Eynard et Meljac (2009), les aides apportées en cas de diagnostic positif amènent les enseignants à apposer différentes étiquettes de troubles à leurs élèves, dont celle de la DD. Cependant, sans une connaissance juste des débats et enjeux théoriques et méthodologiques, les enseignants s'engagent sur des pistes qui les éloignent de leur champ d'expertise. De plus, cette médicalisation de la question peut contribuer à déresponsabiliser l'enseignant et le système en plaçant le problème du côté de l'élève. Autrement dit, si l'élève ne réussit pas, ce n'est pas en raison des méthodes pédagogiques ni du contexte scolaire, mais parce qu'il est dyscalculique. Comme le rapporte Vigier (2009), de nombreux enseignants, considérant certains élèves comme génétiquement inaptes aux apprentissages numériques, renoncent à toute innovation auprès d'eux.

Par ailleurs, l'idée de DD préconise un type d'intervention centré sur le sujet au détriment du savoir mathématique. Roiné (2009)[3] appelle ce phénomène « effet de cécité didactique ». Le regard est dirigé sur l'élève, c'est-à-dire que l'apprentissage est vu comme « la manifestation d'un mécanisme cognitif indépendant des contextes (c'est-à-dire un mécanisme générique). » (p.309). Cette centration sur l'élève conduit l'enseignant à ne plus voir les conditions spécifiques qui produisent un apprentissage donné. Autrement dit, la situation didactique proposée n'est plus étudiée en relation avec le savoir à enseigner afin de s'assurer qu'elle possède bel et bien les propriétés nécessaires pour favoriser l'apprentissage de ce savoir. Pourtant, à notre connaissance, aucune recherche n'indique qu'il faille intervenir différemment auprès d'élèves présentant une DD qu'auprès d'élèves en difficulté en mathématiques. Au contraire, les recherches précisent plutôt que rien ne semble spécifique aux élèves présentant une DD. Apposer l'étiquette de DD ne permet donc pas, vraisemblablement, d'apporter un éclairage supplémentaire pour intervenir adéquatement.

Soulignons, en terminant, l'excellence de ce dossier pour cerner les enjeux qui entourent la problématique de la DD. Il aurait cependant été intéressant d'aborder le phénomène dans une perspective

[3]Roiné (2009), *Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en S.E.G.P.A.* Une contribution à la question des inégalités. Bordeaux : Université Victor Segalen, Bordeaux.

didactique puisque cette problématique, bien qu'étudiée par la psychologie, prend de plus en plus d'ampleur dans le milieu scolaire. Il nous semble effectivement intéressant d'aborder la DD en se centrant sur l'articulation entre l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Nous constatons, de plus, l'absence d'une véritable perspective sociologique ou anthropodidactique, malgré les diverses évocations de ces thèses.

2. Notes rapides sur quelques revues récentes, par Bernard Courteau

1.1 Notices of the American Mathematical Society, vol 57, No 8, september 2010

On trouve dans ce numéro un hommage au grand mathématicien français Henri Cartan, mort en 2008 à l'âge de 104 ans. Il s'agit d'un dossier sympathique agrémenté d'une quinzaine de photos, d'une présentation de l'éditeur des Notices, Steven G. Krantz, et d'une série d'articles par des mathématiciens de haut vol qui ont été élèves, collègues ou collaborateurs de Henri Cartan : Jean-Pierre Serre, Michael Atiyah, Jean-Pierre Demailly, Shoshchi Kobayashi, Raghavan Narasimhan, Yum-Tong Siu, Pierre Cartier, Jacques Dixmier, Adrien Douady, Christian Houzel, Jean-Pierre Kahane, Max Karoubi, Jean-Pierre Bourguignon, Reinhold Remmert et Friedrich Hirzebruch. Après une présentation générale de la carrière de Henri Cartan par Jean-Pierre Serre, les articles sont regroupés sous trois thèmes : Cartan et la géométrie analytique complexe, Cartan comme professeur, et Cartan, l'Europe et les droits de l'homme. Cet hommage à Henri Cartan illustre bien les liens historiques importants qui existent entre la société mathématique américaine et l'école française de mathématique.

1.2 Tangente, No 135, juillet-août 2010

Ce numéro contient un dossier important sur Denis Guedj qui est mort en avril 2010. On se souvient que Denis Guedj a donné une conférence principale spectaculaire au fameux congrès inter-associations (AMQ, GRMS, APAME, ...) tenu à Québec en l'an 2000. Après l'avoir présenté comme l'amant des mathématiques, le cinéaste, le romancier, l'historien des sciences et l'homme engagé, le dossier présente des morceaux choisis de quelques romans écrits par Denis Guedj : *Génis ou le bambou parapluie, Le théorème du perroquet et Villa des hommes.*

On y trouve aussi un article intéressant de Jean-Pierre Bourguignon : *Les espaces courbes de Gauss à Perelman.* L'auteur aurait pu ajouter *en passant par Riemann, Ricci et Einstein* puisqu'il montre que la courbure de Ricci a joué un rôle essentiel dans la solution par Perelman de la conjecture de Poincaré. L'auteur mentionne que le géomètre italien Gregorio Ricci-Curbastro (1853-1925) mériterait d'être mieux connu puisqu'il a été le grand continuateur de Riemann. Cet article de Bourguignon est issu d'une conférence donnée le 10 février 2010 dans le cadre du cycle *Un texte, un mathématicien*, à la Bibliothèque nationale de France. Un autre article par Michel Broué : *Des lois du mariage à Bourbaki* est issu du même cycle (conférence donnée le 17 mars 2010). Ces conférences sont disponibles sur *le WEB* au site http ://www.animath.fr/spip.php ?rubrique102.

Michel Broué raconte comment les mathématiques et la pensée structuraliste se sont rencontrées lorsque l'ethnologue fameux Claude Lévi-Strauss et le mathématicien non moins fameux André Weil ont uni leurs efforts pour comprendre les règles de mariage de certaines tribus aborigènes d'Australie. C'est la théorie des groupes qui intervient et dans le cas des Walpiris, traité à titre illustratif par Broué, c'est le groupe des symétries du carré. Avec ce formalisme, il est possible d'étudier de façon calculatoire le problème de l'inceste.

1.3 Pour la science, No 395, septembre 2010

À la une de ce numéro, on lit **Les fractales 3D**. L'article de Christoph Pöppe : *Du relief pour les fractales*, pose la question « Existe-t-il un équivalent tridimensionnel de *l'ensemble de Mandelbrot* ? » Comme on sait, l'ensemble de Mandelbrot est l'ensemble des points c du plan complexe tels que la suite des itérés $0, f(0), f(f(0)), f(f(f(0)))\ldots$ de la fonction $f(z) = z^2 + c$ reste bornée. Ces points c sont alors coloriés en noir, alors que les autres points pour lesquels la suite des itérés diverge sont coloriés en d'autres couleurs selon la vitesse de divergence des itérés. Pour généraliser l'ensemble de Mandelbrot, il suffirait de définir une multiplication dans l'espace R^3. Le produit vectoriel ne donne rien puisque dans ce cas $z^2 = 0$. On peut aussi essayer de définir une multiplication de couples de nombres complexes et projeter dans R^3. La multiplication des quaternions ne donne pas de résultats satisfaisants, mais Dominic Rochon de l'Université du Québec à Trois-Rivières a trouvé une autre façon de multiplier les nombres bicomplexes qui, malgré le manque de propriétés algébriques, permet d'obtenir des figures fractales tridimensionnelles surprenantes, comme le *Tétrabot*. D'autres structures tridimensionnelles ont été obtenues en définissant le carré d'un point $P(r, \theta, \phi)$ exprimé en coordonnées sphériques par $Q(r^2, 2\theta, 2\phi)$ où r est la distance à l'origine, θ et ϕ étant les longitude et latitude de P. On peut définir le cube de P en élevant r au cube et en triplant les angles, etc. En utilisant $f(z) = z^8 + c$, Nylander a trouvé un objet tridimensionnel intéressant qu'il a appelé le *bulbe de Mandelbrot*. Dans le plan, la fonction quadratique a un caractère universel, en ce sens que l'ensemble de Mandelbrot se retrouve à une certaine échelle dans toute fractale définie par une fonction non linéaire f quelconque. La question se pose de savoir si l'élévation à la huitième puissance et le bulbe de Mandelbrot auraient ce caractère universel en 3D. Il semble que non.

Je vous invite à m'envoyer vos commentaires sur cette chronique et vos recensions des revues qui vous intéressent. Nous les publierons avec plaisir.

Bernard Courteau
courteaub@videotron.ca