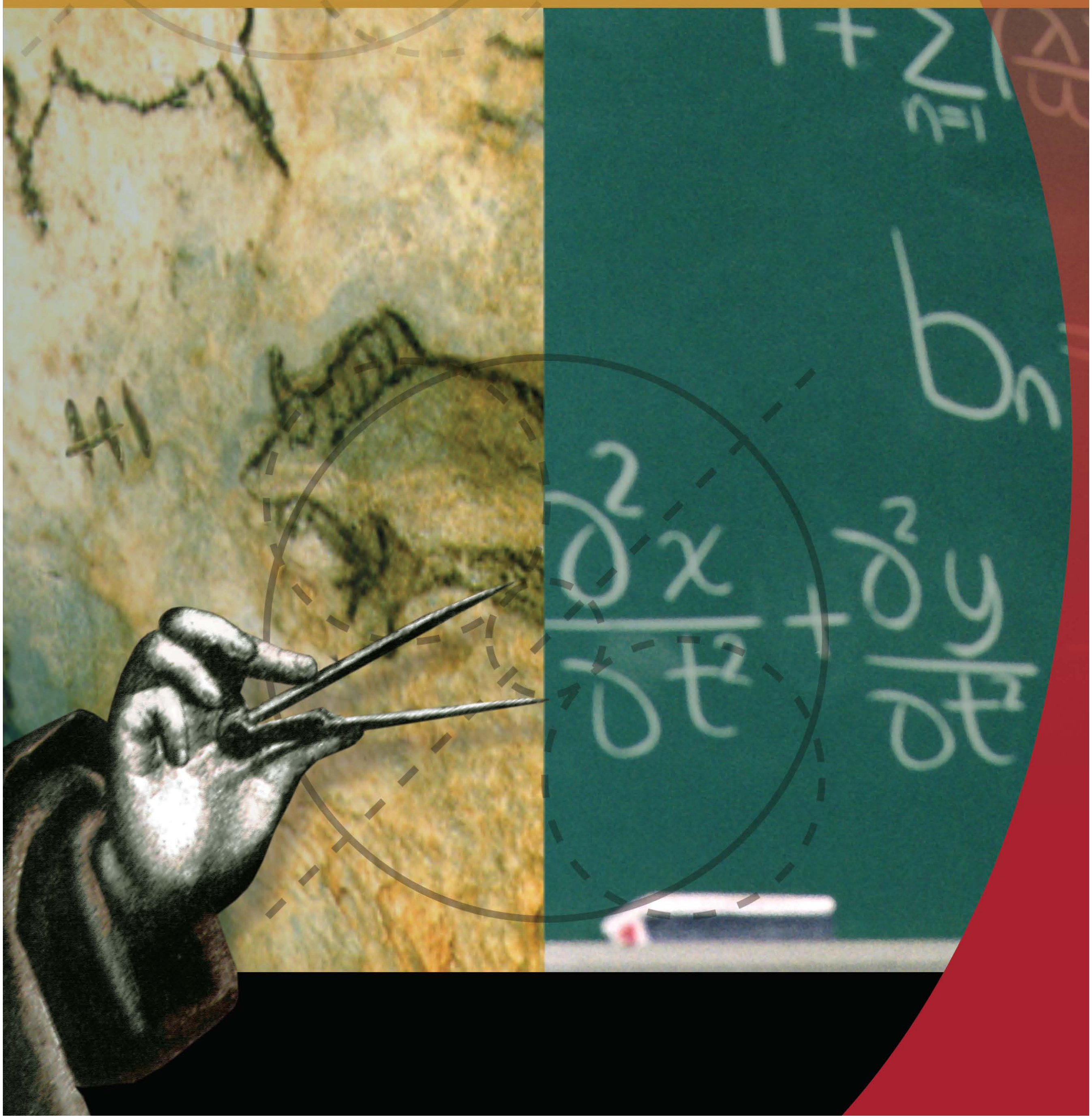
Bulletin AMQ

Association mathématique du Québec

Mars 2006



Membres du comité de rédaction

Politique de rédaction

Dans chaque numéro du *Bulletin AMQ* on retrouve un éditorial circonstancié, des chroniques de nature mathématique, des textes d'information et des articles de fond.

Les articles de fond doivent normalement ses situer à l'intérieur de l'un des trois thèmes du *Bulletin AMQ* : mathématiques, didactique des mathématiques, informatique appliquée à l'enseignement ou à l'apprentissage des mathématiques. En général, ils ne doivent pas avoir été publiés dans une revue. Toutefois, il pourrait y avoir des exceptions qui seront étudiées par le Comité de rédaction.

Montage de la couverture effectué à partir d'une affiche de Marie-Claude Asselin. `www.conceptionmc.com`.

Mise en page par Marie-Claude Côté.

Table des matières

Bulletin AMQ Vol. XLVI, n° 1, mars 2006

AMQ en action

Le Bulletin en version papier : le retour...

À tous les membres de l'AMQ,

Lors du congrès au Cégep Lévis-Lauzon en 2004, il avait été décidé en assemblée générale de prendre des mesures importantes qui permettent de poursuivre la publication du Bulletin sans mettre en péril la santé financière de notre association. En effet, depuis quelques années, le membership et le nombre de participants aux congrès décroissaient peu à peu, entraînant ainsi de graves conséquences sur les finances : les déficits s'accumulaient année après année. Une des avenues retenues pour diminuer les dépenses a été le changement de support pour le Bulletin : passer d'une revue sur papier à une revue virtuelle. Les numéros de l'année 2005 ont donc été publiés sous forme virtuelle et rendus accessibles sur notre site (`www.amq.math.ca`) à toute la communauté Internet.

La réforme amorcée au congrès de Lévis-Lauzon avait pour objectif de traverser une période financière difficile. Jumelée au franc succès du congrès de 2005 au Collège Brébeuf (plus de 140 participants !), il est maintenant envisageable de revenir à une publication en version papier. Les prochains numéros, en commençant par celui de mars 2006, seront donc acheminés par le courrier postal à tous les membres. De plus, vous recevrez rétroactivement les numéros de l'année 2005.

Il va sans dire que nous ne pouvons pas revenir au format papier auquel vous étiez habitués (papier glacé de grande qualité, etc.). Il faudra donc tenir compte de nos finances et s'accoutumer à une version papier plus modeste et moins coûteuse à produire. Cependant, même si le support de notre revue est de qualité moindre, le contenu continuera toujours de jouir des mêmes standards de grande qualité. Notons en terminant que le Bulletin virtuel sera toujours disponible sur notre site Internet.

Nous souhaitons à toutes et à tous une bonne lecture,

Jean-Marie De Koninck
Président de l'AMQ

Fernand Beaudet
Rédacteur en Chef

Association Mathématique du Québec

UN CONGRÈS EXCEPTIONNEL

CONGRÈS de l'AMQ du 31 MAI au 1 JUIN 2006 à l'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

C'est dans un contexte exceptionnel que le prochain congrès de l'AMQ aura lieu à l'Université de Sherbrooke, les 31 mai et 1 juin 2006 sous le thème *Mathématiques et diversité culturelle*.

En effet, nous aurons une journée commune, le 31 mai, avec le 3^{e} congrès international Espace mathématique francophone (EMF2006) et la 33^{e} session de formation du Groupe des responsables en mathématiques au secondaire (GRMS). Le Groupe des didacticiens de la mathématique (GDM) sera également de la partie et des ateliers spécifiques seront consacrés au primaire. Les deux premiers congrès EMF ont eu lieu à Grenoble en 2000 et à Tunis en 2003, l'un des objectifs fondamentaux étant la mise sur pied d'une *francophonie mathématique* dans le domaine de l'enseignement des mathématiques à tous les niveaux. Le congrès EMF2006 aura lieu du 27 au 31 mai.

Cette journée commune commencera avec une conférence de Colette Laborde sur l'utilisation des nouvelles technologies dans l'enseignement des mathématiques et, après un BBQ réunissant les participants des trois congrès, elle se terminera par une conférence multimédia *Showmath* par Jean-Marie De Koninck, le président de l'AMQ. Les ateliers des trois congrès seront ouverts à tous cette journée-là.

Le congrès de l'AMQ se poursuivra le 1 juin par des ateliers, une rencontre des coordonnateurs de départements des collèges et une table ronde avec le GRMS sur l'interface secondaire-collégial. Le congrès du GRMS se poursuit de son côté jusqu'au 2 juin.

Comme le formulaire d'inscription l'indique, nous offrons des tarifs réduits aux membres qui souhaitent participer aux deux autres congrès. Réciproquement, les participants aux autres congrès peuvent également à tarifs réduits participer au congrès de l'AMQ.

Il s'agit donc d'une occasion exceptionnelle d'échanges entre les enseignants québécois des ordres primaire, secondaire, collégial et universitaire, et de rapprochement avec les collègues de la francophonie mathématique.

Nous vous attendons donc avec plaisir les 31 mai et 1 juin 2006 à l'Université de Sherbrooke.

Le comité d'organisation : Bernard Courteau, Marie-Jane Haguel, Mario Lambert.

amq2006@USherbrooke.ca

http://www.usherbrooke.ca/mathematiques/amq2006/

Bernard Courteau

Entrevue avec Jean-Marie De Koninck
Scientifique de l'année 2005

Bulletin AMQ – Jean-Marie, les lecteurs du Bulletin AMQ ont déjà eu plusieurs occasions d'avoir des nouvelles de toi puisque tu as été l'organisateur du camp mathématique collégial de 1990 à 1993, puisque tu as obtenu avec Armel Mercier le Prix Adrien-Pouliot de l'AMQ pour le meilleur livre publié en 1995, puisque tu as mérité le Prix Abel-Gauthier de l'AMQ en 2002 et puisque tu es actuellement président de l'AMQ ! La Société Radio-Canada nous fournit une raison supplémentaire de faire une entrevue avec toi en te nommant *Scientifique de l'année 2005.* Au nom des lecteurs du Bulletin, félicitations pour cet honneur exceptionnel.

Jean-Marie De Koninck – Merci.

Bulletin AMQ – Tu as reçu le titre de Scientifique de l'année pour la conception et la mise sur pied du projet *Sciences et mathématiques en action* (SMAC), un projet de vulgarisation scientifique. C'est la première fois qu'un mathématicien reçoit cette distinction. Que s'est-il passé pour que les médias scientifiques s'intéressent aux mathématiques ?

Jean-Marie De Koninck – En fait, Yannick Villedieu m'a téléphoné à la fin du mois de novembre pour me dire : Jean-Marie, notre comité qui est constitué des émissions scientifiques *Les Années lumière* et *Découvertes*, des revues *Découvrir* et *Québec science* et aussi de l'agence *Science-Presse* t'a nommé Scientifique de l'année. Ce consortium de médias québécois nomme chaque année depuis 19 ans un scientifique de l'année. L'an dernier, c'était Louis Fortier, un océanographe. Ma première réaction a été de dire à Yannick : Il y a tellement de scientifiques au Québec qui ont fait de grandes choses, je ne me sens pas capable d'accepter ce prix-là. Il m'a répondu : oui, c'est vrai, mais toi tu communiques bien ta science, tu as créé un projet de vulgarisation scientifique remarquable, etc., et il a terminé en me disant : Profites-en pour faire la promotion des mathématiques. Là, il a touché une corde sensible parce que depuis quelque temps, depuis qu'on a commencé SMAC à l'automne 2005, je suis dans cette business d'essayer de faire la promotion des mathématiques. Alors je me suis dit : Dans le fond c'est vrai, c'est une belle opportunité, et j'ai accepté. Et j'ai pu faire une entrevue de 40 minutes aux *Années lumière* qui a été diffusée le 22 janvier. Le même soir, l'émission de télévision *Découverte* a fait un petit reportage de 9 minutes sur moi. Cela a été l'occasion de parler des mathématiques, de parler de l'importance des mathématiques dans la société, donc de faire un petit rattrapage de ce côté-là et de faire écouter cela par 700 000 personnes finalement. Puis, suite à l'émission *Découverte*, j'ai reçu 80 demandes pour faire *ShowMath* dans les écoles. Ce qui est intéressant là-dedans, c'est que c'est la première fois que le scientifique de l'année est un mathématicien. Habituellement, à chaque année on attribue le titre de scientifique de l'année à quelqu'un qui est un peu « glamour » et c'est tellement plus facile d'être visible dans notre société comme scientifique si on est dans des sciences qui ont des applications concrètes. En mathématiques, c'est un peu moins évident, alors dans ce sens-là je suis d'autant plus fier qu'un mathématicien ait été choisi 19^e^ scientifique de l'année. On est en train de mettre à profit toute la visibilité que cela a donné aux mathématiques.

Bulletin AMQ – Les membres de l'AMQ vont voir *ShowMath* le 31 mai au prochain congrès de l'AMQ à Sherbrooke, mais est-ce qu'on pourrait déjà avoir une « prévue » de la chose ?

Jean-Marie De Koninck – Toute l'idée de *ShowMath* est de sonner la récréation mathématique d'une certaine façon. La perception des mathématiques dans le grand public en général et par ricochet chez les jeunes, parce que les parents influencent beaucoup les enfants, c'est que les maths sont quelque chose de très aride, de très sévère, certainement pas très très drôle, pas amusant, et que en plus c'est quelque chose de pas très actif, qui n'a pas d'application, qui n'a pas nécessairement d'utilité, puis que c'est réservé aux « nerds » qui aiment faire des choses abstraites. De toute façon, pour bien des gens le mathématicien c'est quelqu'un qui fait des grosses multiplications dans son bureau ! Alors toute l'idée de *ShowMath*, c'est de ramener le balancier dans l'autre sens complètement. La perception c'est que c'est plate, c'est inutile ; eh bien, nous on va complètement dans l'autre sens pour montrer au contraire que c'est le fun, que ça peut être excitant de faire des mathématiques, puisqu'il y a des applications partout dans notre vie de tous les jours.

Bulletin AMQ – Tu as parlé tout à l'heure de déficit du côté médiatique des mathématiques.

Jean-Marie De Koninck – Oui, définitivement. Les gens ne savent pas que les mathématiques sont présentes dans toutes les sciences, même en médecine (pensons à toute l'imagerie médicale). Dans tout ce qui se fait en recherche scientifique, il y a des mathématiques qui occupent un certain pourcentage de la place (je ne sais pas combien, c'est peut-être 70 %) : on ne peut pas écrire un article scientifique aujourd'hui sans avoir des bases mathématiques et même souvent des mathématiques avancées. Mais la perception du public, c'est qu'il n'y en a pas du tout.

Bulletin AMQ – Selon toi, d'où vient cette perception ?

Jean-Marie De Koninck – C'est que simplement les mathématiques sont une science abstraite, elles sont toujours en arrière-plan. Ce qui est en avant-plan, c'est le produit final, la découverte scientifique qui fait qu'en médecine on va régler les problèmes du cancer ou des maladies cardiovasculaires. Mais si on regarde un peu derrière, si on recule un peu, si on questionne un peu le scientifique, on va voir que finalement il a utilisé des outils mathématiques, sans lesquels il n'aurait pas pu faire son cheminement et arriver à sa découverte scientifique. Donc, en général, les gens ne savent pas ça, les mathématiques sont en arrière-plan. C'est peut-être aussi le sujet qui est difficile à expliquer. Comme c'est la partie qui est un peu plus difficile à expliquer, on l'évite tout simplement. Puis il y a peut-être le phénomène assez général lié aux mathématiciens eux-mêmes : en général, ils sont un peu plus discrets sur leurs travaux, leurs participations, souvent parce que ça ne les intéresse pas de communiquer. Les mathématiciens sont un petit peu fautifs. Je le suis de moins en moins parce que j'en parle beaucoup, mais moi aussi j'étais comme ça. On a beaucoup de plaisir à faire des mathématiques et on ne sent pas le besoin de partager ce plaisir-là et puis on ne sent pas le besoin de revendiquer notre contribution à l'avancement des sciences. On a tellement de plaisir à faire ce qu'on fait qu'on ne sent pas le besoin de revendiquer une place importante dans telle ou telle découverte scientifique. On n'en sent pas le besoin mais on devrait, parce que l'écart s'agrandit entre la société et les sciences, surtout avec les mathématiques, et il va arriver un moment où l'écart va être tellement grand qu'on ne sera plus capable de le rattraper. Il faut vraiment prendre les moyens pour réduire cette distance entre la société en général, le commun des mortels, et les scientifiques. Les scientifiques ont un rôle à jouer là-dedans.

Bulletin AMQ – J'écoutais le discours à la nation de M. Bush mardi dernier et je l'ai entendu prononcer les mots « mathématiques » et « sciences » plusieurs fois.

Jean-Marie De Koninck – Dans chacun des discours des présidents depuis plusieurs années, il y a toujours un endroit où le président parle de sciences, de technologie, et il ajoute toujours explicitement le mot « mathématiques ». Il y a sûrement un lobby des associations mathématiques américaines qui ont décidé d'intervenir au niveau politique pour que ça débloque, pour que les mathématiques soient considérées comme une valeur fondamentale de la société, à la base des sciences et des technologies. C'est encourageant de voir que le président des États-Unis y fait écho dans son discours à la nation. Quand on parle d'emploi, quand on parle de technologies, le mot « mathématiques » revient constamment.

Bulletin AMQ – Mais au Québec, ça ne vient pas souvent dans la bouche des politiciens.

Jean-Marie De Koninck – C'est comme si les politiciens n'étaient pas assez éduqués. Tantôt on a parlé de la population qui a l'impression que les mathématiques ne sont pas tellement présentes dans l'avancement des sciences et des technologies. Eh bien, les politiciens sont très représentatifs de la population, ils sont aussi peu informés que la population en général. Ça paraît dans leur discours, on ne sent pas qu'ils sont vraiment à l'affût de l'information scientifique.

Bulletin AMQ – On peut dire la même chose des médias.

Jean-Marie De Koninck – Oui et c'est dommage, parce que le principal outil de communication entre les scientifiques et la population en général, ce sont les médias. La presse électronique et la presse écrite seraient le pont idéal, le canal idéal de communication entre la science et la société.

Bulletin AMQ – Donc, on peut espérer que ton prix de cette année va contribuer à ouvrir les médias à l'importance des mathématiques.

Jean-Marie De Koninck – Bien, il y aura un petit bout de chemin qui aura été fait justement grâce à ce prix-là.

Bulletin AMQ – Les gens qui t'ont présenté lors de la remise du prix ont parlé de ta passion des mathématiques comme l'une de tes qualités principales. D'où vient cette passion des mathématiques chez toi ? Y a-t-il eu des influences familiales ou scolaires ?

Jean-Marie De Koninck – Mon goût, ma passion pour les mathématiques a commencé en 5^{e} année à la petite école. Soeur Bonaventure à l'école St-Louis de Gonzague avait tellement de plaisir à enseigner les mathématiques qu'elle m'a communiqué sa passion des mathématiques. Je trouvais ça tellement le fun de la voir faire des problèmes, résoudre des systèmes d'équations. Elle construisait des modèles mathématiques, dans le fond. C'est là, à la petite école, que j'ai attrapé le goût des mathématiques. J'écrivais des manuels de mathématiques : des questions avec les réponses. J'aidais mes grands frères et mes grandes sœurs à faire leurs devoirs de mathématiques. Même s'ils étaient plus avancés que moi à l'école, je leur disais : Montrez-moi vos livres et je vais vous aider à faire vos problèmes. C'est là que j'ai développé cette passion qui s'est maintenue jusqu'à aujourd'hui.

Bulletin AMQ – Entretenue aujourd'hui par la recherche.

Jean-Marie De Koninck – Oui, tout à fait, entretenue par la recherche.

Bulletin AMQ – Ton domaine de recherche est la théorie des nombres. J'ai vu sur ton site Web que la grande majorité de tes quelque cinquante articles scientifiques portent sur ce sujet. Quelle place donnes-tu à la théorie des nombres à l'intérieur des mathématiques ?

Jean-Marie De Koninck – Oui, toutes mes publications sont en théorie des nombres. La théorie des nombres est maintenant de plus en plus importante en mathématiques, principalement à cause des applications, entre autres à la cryptographie, tout le phénomène de la sécurité dans la transmission des informations. Un représentant de la National Sciences Foundation aux États-Unis me disait il y a deux ans que la théorie des nombres occupait 22 % des subventions en mathématiques. C'est gigantesque si on pense que le domaine des mathématiques est constitué facilement de 10, 12, 15 grands domaines en passant par les probabilités, les statistiques, la topologie, la géométrie algébrique, l'analyse réelle, l'analyse complexe ; il y a une foule de sujets en mathématiques.

Bulletin AMQ – C'était nouveau comme phénomène ?

Jean-Marie De Koninck – C'était relativement nouveau, et cela s'est fait progressivement. C'était principalement dû entre autres à la démonstration du théorème de Fermat par Wiles qui a attiré beaucoup de jeunes, en plus des applications aux problèmes de sécurité informatique qui utilisent aussi plusieurs domaines des mathématiques. Le théorème de Wiles a attiré beaucoup de chercheurs. Le nombre de mathématiciens qui s'intéressent à la théorie des nombres a donc augmenté et la quantité de bons mathématiciens qui font de la cryptographie a aussi augmenté. C'est ce qui explique selon moi que 22 % des subventions vont à ce domaine-là. Mais moi, ce qui m'intéresse dans la théorie des nombres, c'est toute la panoplie de problèmes ouverts fascinants et qu'on peut communiquer facilement. Tu sais, la question des nombres premiers jumeaux est facile à présenter et c'est amusant. J'imagine la frustration d'un grand mathématicien qui travaille sur un problème dans son domaine, mais un problème archi-compliqué qui est difficile à expliquer aux gens autour de lui. En théorie des nombres, on n'a pas cette frustration.

Bulletin AMQ – L'hypothèse de Riemann est quand même un petit peu plus compliquée à expliquer.

Jean-Marie De Koninck – Oui, l'hypothèse de Riemann est un peu plus compliquée à expliquer et ça me permet de raconter une anecdote sur la journée où on m'a remis le prix de scientifique de l'année, le mercredi 18 janvier. J'ai fait une foule d'entrevues à la radio et à la télé, dont une, entre autres, à Radio-Canada en après-midi. J'ai enregistré l'entrevue vers 15 h parce que je prenais l'avion pour Vancouver vers 18 h. Donc, j'étais dans ma voiture à 16 h 50, en route pour l'aéroport, et j'ai eu l'occasion de m'écouter au volant de ma voiture. La plupart des gens écoutent ce genre d'émission dans leur voiture, souvent dans le trafic. Ce qu'on entend dans cette émission-là, c'est le bilan du trafic, que le boulevard est congestionné. On parle aussi de la météo, surtout qu'il faisait assez mauvais cette journée là, il pleuvait, il neigeait, les routes était dangereuses, glissantes : le discours standard qu'on entend à la radio à 16 h 50. C'est Catherine Lachaussée, une personne cultivée, qui m'avait interviewé. Elle m'avait félicité pour le prix, on avait jasé un peu autour de ça, c'était finalement une entrevue assez longue d'une dizaine de minutes. Puis, tout à coup, elle me demande : Quels sont les grands problèmes en mathématiques qui sont ouverts ? Elle m'a pris un peu par surprise. J'ai répondu la fameuse hypothèse de Riemann. Je pensais que la discussion s'arrêterait là sur ce sujet, mais elle a poursuivi : C'est quoi l'hypothèse de Riemann ? J'ai dit : Écoutez, ça a trait aux zéros de la fonction zêta. Sans se démonter, elle a dit : Bien, c'est quoi la fonction zêta ? Bien là, j'ai dit : En réalité la fonction zêta, c'est une série, c'est la somme de *1* sur N à la S où N varie de *1* à l'infini. Alors imaginez-vous qu'on est à la radio dans une émission qui traditionnellement est consacrée à la météo, au trafic, à l'actualité, l'actualité du jour, puis on est en train de parler de la série qui définit la fonction zêta de Riemann ! Ça me faisait un petit velours, je me disais : j'ai fait là un bon coup. C'est rare qu'on parle de mathématiques à la radio et c'est encore plus rare qu'on parle de mathématiques dans une émission de l'après-midi comme ça. Finalement les gens ont dû s'embêter, la plupart n'ont pas compris ce que je disais évidemment. Mais ils ont dû comprendre, et vont sans doute retenir, que les mathématiques ça doit être important puisque Jean-Marie De Koninck en parle à la radio. L'idée, c'est de redonner aux mathématiques leurs lettres de noblesse qu'elles ont probablement perdues mais qu'elles méritent.

Bulletin AMQ – Je pense que les mathématiques sont tout de même encore bien vues.

Jean-Marie De Koninck – Oui, elles sont bien vues, mais je me dis que les mathématiques devraient être perçues, dans notre esprit et dans l'esprit du citoyen, comme beaucoup plus importantes qu'elles ne le sont aujourd'hui. Donc, dans les petites émissions comme ça, je me dis que ça permet de faire un peu de rattrapage. Peut-être que le parent qui a écouté cette émission de radio, au lieu de dire à son jeune qui lui parle d'aller en mathématiques : « ne va pas là-dedans, c'est pas important », va plutôt dire : « Oui, c'est une bonne idée ». Dans son subconscient, il va dire : J'en ai entendu parler à la radio, ça doit être important.

Bulletin AMQ – Je me souviens d'avoir entendu parler René Thom qui, dans un colloque à Trois-Rivières en 1993, s'adressait à des non-scientifiques. Il parlait librement de variétés différentielles et de singularités et je me suis dit : Pourquoi pas finalement ? Les philosophes nous parlent de toutes sortes de choses compliquées qu'on ne comprend pas nécessairement, utilisent un vocabulaire inhabituel et on accepte la chose. C'est un peu comme ton hypothèse de Riemann : tu en a parlé à la radio, donc c'est sur la place publique, donc ça existe.

Jean-Marie De Koninck – Ça existe, puis il y en a peut-être quelques-uns qui vont aller taper sur le Web : hypothèse de Riemann. Ils vont peut-être avoir des petites explications qu'ils vont comprendre finalement.

Bulletin AMQ – Voici l'une des questions de notre ami Matthieu Dufour qui s'intéresse beaucoup aux conjectures. Il y a en théorie des nombres toutes sortes de conjectures faciles à exprimer qu'on ne peut pas démontrer, mais qui n'ont peut-être pas d'intérêt. Qu'est-ce qui fait qu'une conjecture ou qu'un résultat a un intérêt ?

Jean-Marie De Koninck – On reproche souvent aux mathématiques pures, au mathématicien pur, de s'intéresser à certains sujets qui ont pas d'application immédiate, qui n'ont pas d'application dans un horizon raisonnable. C'est un reproche qu'on fait à tort aux mathématiques. Si on regarde par exemple le petit théorème de Fermat : *2* à la $p-1$ est congru à *1* modulo p, tu comprends ce que ça veut dire. Si je parlais au public, je ne parlerais pas de congruence. Ce petit résultat-là de Fermat, qui date de 1640, a eu quelques petites applications en mathématiques à gauche et à droite, mais finalement ce n'est qu'en 1978 qu'il a eu son application la plus spectaculaire à la cryptographie à clés publiques, la méthode RSA due à Rivest, Shamir et Adleman. N'eut été du petit théorème de Fermat, la méthode RSA n'aurait jamais été découverte. On a là un résultat en théorie des nombres qui est très abstrait, mais qui a donné une application incroyable parce que, pour la première fois, on a mis au point en cryptographie une façon de coder l'information qui était infaillible à toute fin pratique, parce que pour la briser il faut arriver à factoriser un nombre de 400 chiffres, ce qu'un ordinateur prendrait 1 million d'années à faire.

Bulletin AMQ – Avec les meilleurs algorithmes actuels.

Jean-Marie De Koninck – Avec les meilleurs algorithmes actuels. Ceci étant dit, on pourrait demain matin trouver un algorithme de factorisation s'exécutant en temps polynomial, et la méthode RSA tomberait à l'eau. En tout cas, c'est un exemple d'une application en mathématique théorique qui a trouvé une application très importante dans notre vie de tous les jours.

Bulletin AMQ – Il y a des gens qui appliquent les mathématiques et qui ont l'idée qu'il n'est pas nécessaire de faire tant de théorie, qu'on pourrait se contenter de ce qui sera utile dans un horizon raisonnable et que si, dans une situation donnée, on a besoin d'un résultat théorique, alors on va le chercher « just in time ». Ne pourrait-on pas dire : On a besoin du petit théorème de Fermat dans l'application qui nous intéresse, allons-y, inventons-le !

Jean-Marie De Koninck – Je pense que, contrairement au dicton, la nécessité n'est pas toujours la mère de l'invention. Je pense à un exemple très pratique : le système Star Wars de Ronald Reagan en 1983. Reagan a décidé qu'il faudrait créer un bouclier spatial et il se fiait à l'avancement de la technologie pour que ça marche. On est rendus presque 25 ans plus tard et la technologie n'a toujours pas fonctionné, on a dépensé des centaines de milliards de dollars pour essayer de trouver une façon, puis ça n'a jamais fonctionné. Autrement dit, la recherche scientifique appliquée n'aboutit pas toujours. Souvent ça aboutit parce qu'il y a des résultats de science pure, de mathématiques pures entre autres, qu'on a réussi à appliquer. Tout ça pour dire qu'on ne sait pas quel type de mathématiques va avoir un jour une application. Je pense que c'est important de laisser les mathématiciens purs aller librement. C'est comme ça, je pense, que la science progresse. Elle ne progresse pas nécessairement selon les besoins de la société.

Il y a tellement de découvertes faites par hasard aujourd'hui que cela confirme un peu le fait qu'il faut laisser les mathématiciens, les chercheurs en général, penser librement, s'amuser avec leurs travaux de recherches. Il y en a d'autres de toute façon qui sont préoccupés par les applications, qui tôt ou tard vont ramasser les résultats qui viennent du domaine de la recherche fondamentale pour les appliquer, leur donner une justification, si on veut, vis-à-vis la société.

Par exemple, la géométrie non euclidienne a été découverte au 19^{e} siècle pour des raisons purement théoriques. C'est Einstein au 20e siècle qui en a trouvé une application très concrète avec sa théorie de la relativité. C'est un exemple effectivement bien connu, il y en a d'autres aussi bien sûr. Je regarde tout ce qui a été fait avec les séries de Fourier. Le principe de Bernoulli a été découvert en 1750, mais ce n'est qu'au 20^{e} siècle qu'on s'en est servi de façon massive dans la construction des avions.

Bulletin AMQ – Le rôle de la théorie en science serait donc de fournir un réservoir de résultats qui ne demandent qu'à servir.

Jean-Marie De Koninck – Je vois la théorie comme un exercice libre de l'esprit. Les chercheurs ont besoin de liberté. Dans le fond, ce qu'il faut faire c'est de les laisser s'amuser. C'est ça en réalité. Pas juste en mathématiques, dans toutes les sciences. Tôt ou tard ils vont arriver à découvrir quelque chose, tout en ayant à l'esprit les applications qui pourraient être intéressantes ou les problèmes qui n'ont pas été résolus. Je pense au chercheur en médecine : il sait bien que toutes sortes de problèmes en médecine n'ont pas été réglés, mais ça ne veut pas dire qu'il doit toujours travailler avec un objectif spécifique à l'esprit. Il faut qu'il puisse vagabonder un peu dans l'univers des sciences, comme quelqu'un de délinquant pratiquement.

Bulletin AMQ – Est-ce que c'est ta façon de faire de la recherche ?

Jean-Marie De Koninck – Tout à fait, moi c'est ce qui m'intéresse. En recherche, ce qui est le fun c'est de lire, de parcourir tout ce qui sort, tous les articles qui sortent en mathématiques, dans mon domaine bien sûr – y a quelque chose comme 100 000 publications en mathématiques par année, on ne peut pas être à l'affût de tout ce qui se passe – on n'a pas le choix de se spécialiser aujourd'hui. J'admire ceux qui ont une culture universelle en mathématiques, mais ce n'est pas mon cas. Ce qui m'intéresse, c'est la théorie des nombres ; j'essaie de lire ce qu'il y a dans mon domaine et puis, à un moment donné, j'apporte ma contribution. Ceci étant dit, pour répondre à une des questions de Matthieu, je travaille sur 30 à 40 problèmes en même temps, je ne sais jamais sur lequel de ces problèmes je vais avoir un jour une bonne idée, mais je crois beaucoup au travail du subconscient. Tu connais l'image de l'iceberg, tu as 10 % qui sort de l'eau, ça c'est ton conscient, le subconscient est en dessous. Ce qui va faire que tu vas obtenir des résultats en science, je pense, c'est que constamment tu vas alimenter ton subconscient. Tu travailles sur 56 affaires en même temps ; j'exagère, c'est une image ; un moment donné, au moment où tu ne t'y attends pas, ton subconscient vient cogner à la porte du conscient et dit : Regarde, j'ai une idée !

Bulletin AMQ – Puis il y a aussi le travail en équipe. J'ai remarqué que tu avais beaucoup de publications avec d'autres, donc que tu aimes travailler en équipe.

Jean-Marie De Koninck – J'aime travailler en équipe et ça me stimule. C'est beaucoup plus facile maintenant que ça l'était, disons, il y 20 ans, à cause par exemple d'Internet, parce qu'on peut communiquer instantanément avec des chercheurs un peu partout sur la planète. Il m'est arrivé d'écrire un article dans une même journée avec deux collaborateurs parce qu'on pouvait communiquer par Internet. Les technologies de l'information facilitent la collaboration en équipe, ce qui était beaucoup plus difficile auparavant. Et c'est confirmé par les statistiques de l'AMS. Il y a eu un article l'an passé où on parlait de l'augmentation du nombre d'articles en équipe. On a constitué une banque de données avec les Math Reviews qui permet de répondre à des questions du genre : Combien d'articles le mathématicien moyen écrit-il ? ou encore : Si on regarde tout le volume des articles, combien d'auteurs y a-t-il ? Il y a maintenant près de 2 auteurs en moyenne par article, alors qu'auparavant c'était plutôt 1,01. Dans les sciences expérimentales, les articles ont beaucoup plus d'auteurs parce que la recherche est réalisée dans des laboratoires avec de grosses équipes.

Bulletin AMQ – En mathématiques, on a un peu l'analogue des laboratoires avec les ordinateurs. Penses-tu que l'ordinateur va jouer un rôle important dans la recherche en mathématiques, disons en théorie des nombres, dans l'avenir ?

Jean-Marie De Koninck – Oui, l'ordinateur joue déjà un rôle important en mathématiques, un rôle qu'il ne jouait pas il y a 30 ou 40 ans. L'ordinateur a permis de faire avancer les mathématiques, il y a même de la recherche qui se fait par ordinateur. Je pense à des mathématiciens comme Jonathan Borwein ou à la fameuse découverte de Simon Plouffe-Borwein-Borwein qui ont découvert, je pense en 1996 ou 1997, une méthode pour déterminer la n-ième décimale de Pi en base 16, ce qui est impossible à faire actuellement en base 10. La seule façon de trouver la 200 millionième décimale de Pi en base 10, c'est de toutes les calculer jusqu'à la 200 millionième. Mais, en base 16, il y a maintenant une formule, qui est un développement en série.

Bulletin AMQ – Mais si on peut le faire en base 16, pourquoi pas en base 10 ?

Jean-Marie De Koninck – Non, on ne peut pas en base 10, ça ne se transpose pas. C'est dû à une fameuse identité mathématique qui implique des séries et qui a été découverte par ordinateur. C'est incroyable, c'est un des beaux exemples, à part l'exemple traditionnel du problème des 4 couleurs qui a été résolu par ordinateur. Mais cette série-là a été découverte par ordinateur puis elle peut être vérifiée à la main sur une page. C'est pas la même chose que le problème des 4 couleurs. Il y en a encore qui n'acceptent pas la démonstration du théorème des 4 couleurs parce qu'il y a des millions de cas qui ont été testés par ordinateur : ils disent que ce n'est pas une vraie démonstration mathématique. Tandis que dans le cas de la formule de la n-ième décimale de Pi en base 16, elle a été découverte par ordinateur mais vérifiée mathématiquement. Alors, ce n'est pas la même chose. Mais on n'en est qu'au début. Il y a un bel article de Borwein dans les Notices de l'AMS de l'an passé où il explique justement le nouveau rôle des ordinateurs dans les découvertes mathématiques.

Bulletin AMQ – De la même façon qu'il y a la physique expérimentale, la chimie expérimentale, la médecine expérimentale, il y aurait les mathématiques expérimentales. Qu'est-ce que tu penses de ça ?

Jean-Marie De Koninck – Si on entend par là la découverte ou la démonstration automatique de théorèmes, on n'en est pas là. Pour cela, il faudrait faire un pas important dans l'intelligence artificielle, mais on ne l'a pas encore fait. Il faudrait que les ordinateurs se mettent à réfléchir à notre place ! Ils l'ont fait en partie ; j'ai donné tout à l'heure l'exemple d'une série donnant la n-ième décimale de Pi en base 16, mais on est quand même loin d'une contribution systématique.

Bulletin AMQ – Mais si on entend par mathématiques expérimentales l'utilisation d'instruments de la même façon qu'en physique, en chimie ou dans toutes les sciences dites expérimentales, on utilise des instruments ?

Jean-Marie De Koninck – En théorie des nombres, on utilise l'ordinateur de façon pratiquement systématique. Si je regarde tous les algorithmes de factorisation dont on parlait tout à l'heure et qui sont assez puissants, ils demandent quand même une participation de l'ordinateur. Par exemple, les nombres premiers de Mersenne. On vient d'en trouver un autre il y a un mois : 2 exposant 30 000 000 quelque chose – 1, c'est le 43^{e} nombre premier de Mersenne qu'on a trouvé. C'est un nombre de 9 millions de chiffres. On le trouve grâce à un algorithme de Lucas-Lehmer qui date du début du 20^{e} siècle, mais qui est très efficace sur ordinateur. Il faut quand même 2 mois de calcul sur ordinateur pour le trouver. Utiliser cet algorithme-là et déterminer si un nombre de Mersenne est un nombre premier est impossible sans ordinateur. Il y a 50 ans, ça aurait été impossible, d'une part parce que les ordinateurs n'existaient pas ou qu'à ce moment-là ils étaient trop lents. Si on peut qualifier ça de mathématique expérimentale, alors les mathématiques expérimentales existent.

Bulletin AMQ – Je me demande même s'il n'y a pas une nouvelle revue qui s'appelle Experimental Mathematics.

Jean-Marie De Koninck – Oui, il y a une revue qui s'appelle Experimental Mathematics effectivement. Il y en a une autre : Mathematics of Computation ; il y a beaucoup de travail à l'ordinateur là-dedans. Mathematics of Computation est une revue de l'AMS, mais Experimental Mathematics est une revue indépendante.

Bulletin AMQ – Au 20^{e} siècle, les mathématiques ont explosé en toutes sortes de spécialités : les statistiques, la recherche opérationnelle pendant la guerre de 39-45, l'informatique puis les mathématiques expérimentales. Est-ce qu'il y a un problème d'unité en mathématique ?

Jean-Marie De Koninck – On dit souvent que les derniers grands mathématiciens universels sont Henri Poincaré, David Hilbert, Jacques Hadamard, qui travaillaient dans toutes les branches des mathématiques. Maintenant, c'est devenu pratiquement impossible comme je disais tantôt : on est rendus à 100 000 publications en mathématique par année. Tout n'est pas de grande valeur, mais il y a quand même plusieurs milliers de découvertes de grande valeur par année. Je n'ai même plus besoin de donner un qualificatif au mot impossible, je pense que c'est devenu impossible pour un mathématicien de se garder à jour dans tout ce qui se fait dans tous les domaines des mathématiques. Même à l'intérieur d'un domaine, c'est de plus en plus difficile d'être à la fine pointe de tout ce qui se fait. C'est dû au fait que les mathématiques ont connu une croissance exponentielle, c'est le cas de le dire, ces dernières années. Plus de la moitié des grands mathématiciens de toute l'histoire des mathématiques sont vivants aujourd'hui.

Bulletin AMQ – Dans l'antiquité, il y a eu les *Éléments* d'Euclide qui ramassaient toutes les connaissances de l'époque. Au 20^{e} siècle il y a eu le groupe Bourbaki qui a commencé à écrire les *Éléments de mathématiques.* Qu'est-ce que tu penses de cette entreprise ?

Jean-Marie De Koninck – Le défaut, l'échec je pourrais dire, de Bourbaki a été de vouloir refaire les mathématiques avec rigueur en laissant pratiquement de côté l'intuition. En tout cas, pour l'enseignement des mathématiques, je pense que cela a été un échec. Si on regarde ça avec un peu de recul, l'exercice en soi était intéressant, il y avait une volonté de mettre un peu d'ordre en faisant une synthèse rigoureuse des mathématiques. Dans ce sens-là, l'expérience valait sûrement la peine, mais je pense que malheureusement cela a fait fuir beaucoup de bons cerveaux potentiels parce qu'on avait retranché, éliminé l'aspect intuition qui finalement est le principal outil du mathématicien. La rigueur formaliste, c'était bon pour rédiger de belles mathématiques, ça plaisait peut-être à l'esprit, mais ça ne plaisait pas au cœur. Je ne sais pas.

Bulletin AMQ – Les membres de Bourbaki étaient des mathématiciens créateurs. Ils avaient pourtant cette intuition.

Jean-Marie De Koninck – Oui, tous ces mathématiciens-là avaient de l'intuition, mais c'est comme s'ils avaient évacué cette dimension-là de la recherche mathématique pour ne garder que la dimension formelle. Je pense que cela a été une mauvaise approche surtout dans l'enseignement. Éliminer l'intuition dans l'enseignement des mathématiques, c'est une erreur pédagogique.

Bulletin AMQ – René Thom dit que l'élimination de la géométrie des programmes scolaires a été une erreur pédagogique et scientifique. Il dit qu'en géométrie élémentaire il y a des problèmes qui stimulent l'imagination et attirent l'esprit des jeunes, alors qu'en algèbre élémentaire il n'y en a pas. Il y a évidemment des problèmes stimulants en algèbre, mais pour cela il faut aller au niveau de la recherche. Ce fait donne un avantage certain à la géométrie dans l'enseignement.

Ici au Québec, on a fait la réforme des maths modernes comme tout le monde et on s'est cassé la gueule comme tout le monde. Mais graduellement, on a lancé plusieurs réformes qui ont abouti dans les années 1980 à l'approche par problèmes, la résolution de problèmes. Cela a produit des résultats puisque les jeunes québécois de 14-16 ans sont montés sur le podium plusieurs fois dans les concours internationaux. Dans la presse, quand on parle de mathématiques d'une façon positive, c'est à l'occasion de ces concours-là. Le Québec se classait mieux que les autres provinces canadiennes. Est-ce que ça peut être relié d'après toi à une façon de faire particulière au Québec ?

Jean-Marie De Koninck – Bien, c'est peut-être toi qui pourrais répondre à cette question-là. Moi aussi j'ai l'impression que l'approche par problèmes est la meilleure. La meilleure façon d'enseigner les mathématiques, c'est d'amener les jeunes à découvrir les mathématiques et non de dire : Écoutez, en mathématiques la façon dont ça fonctionne, on se donne des définitions, on en déduit des résultats et seulement après on se permet de regarder des applications. Je pense que la nouvelle approche, c'est de commencer avec un problème puis d'amener le jeune à découvrir les outils dont il a besoin pour résoudre ce problème-là. Il s'agit d'exploiter la curiosité de l'étudiant à son maximum. Si on lui explique un problème qu'on n'est pas capable de résoudre, et même parfois si on pose carrément à des jeunes des problèmes de mathématiques qui n'ont pas de solution, pour qu'ils comprennent par eux-mêmes la complexité du problème et voient tout le défi qu'il y a à le résoudre, ils vont essayer d'aborder le problème de différentes façons. Dans le cas d'un problème résoluble, ils vont éventuellement peut-être y arriver, dans le cas d'un problème non résoluble probablement pas, mais l'exercice qu'ils auront fait à essayer d'explorer toutes les avenues pour explorer ce problème-là va les amener à découvrir certaines mathématiques qui deviendront des outils qu'ils pourront utiliser pour résoudre d'autres problèmes. Je pense à la fameuse expérience de « Math en jeans » en France où une centaine de chercheurs du CNRS sont impliqués : des chercheurs sont invités dans les écoles primaires, puis ils font faire de la recherche mathématique à des élèves du primaire ; c'est vraiment incroyable. Sur le site Web de « Math en jeans », on tombe sur toutes sortes de petits problèmes amusants qui peuvent être compris par des jeunes du primaire qui arrivent à développer des outils mathématiques pour les résoudre. Comme quoi on n'a parfois pas besoin de tant de connaissances mathématiques pour résoudre un problème de mathématiques.

Bulletin AMQ – Est-ce que tu es favorable à un retour à la bonne vieille géométrie ?

Jean-Marie De Koninck – Oui, probablement un retour à la bonne vielle géométrie, mais peut-être avec une pédagogie plus adaptée. Ce qu'on disait tantôt, la géométrie déductive d'Euclide, c'est un petit peu froid, l'intuition n'a pas tellement sa place. Je n'ai pas d'objection à cela jusqu'à un certain point, mais il y a une préoccupation pédagogique qui nous amène à trouver des façons plus amusantes d'enseigner la géométrie. Il y a un outil qu'on n'utilise pas assez pour rendre les mathématiques plus populaires, c'est tout l'aspect humain. On devrait davantage exploiter le visage humain, les personnes qu'il y a derrière les résultats mathématiques. On parle du théorème de Dedekind, du théorème de Lagrange, du théorème de Fermat, pourquoi ne pas parler davantage de ces personnes-là qui ont eu des vies, des parcours intéressants, je pense à Ramanujan entre autres, ce qui permettrait de rendre les mathématiques un peu plus sympathiques auprès des jeunes et auprès de la population.

Bulletin AMQ – C'est ce que tu as fait dans la série d'émissions *C'est mathématique* !

Jean-Marie De Koninck – Oui effectivement, on avait la petite anecdote mathématique à la fin de chaque émission sur un mathématicien, pour rendre et le mathématicien et les mathématiques plus sympathiques, plus humains.

Bulletin AMQ – Parce qu'au fond, s'il y a quelque chose d'humain, c'est bien les mathématiques. Ça n'existe pas en dehors du cerveau humain.

Jean-Marie De Koninck – C'est vrai dans le fond. Si on veut philosopher un peu, effectivement. Il y en a qui disent, il y a un grand débat là-dessus, il y en a qui disent que les mathématiques existeraient sans les êtres humains. Et d'autres disent le contraire. Mais je ne veux pas m'embarquer dans cette discussion-là.

Bulletin AMQ – J'ai l'impression que tu as une certaine réticence à aborder les questions philosophiques. Pourquoi ?

Jean-Marie De Koninck – Pourtant, je viens d'une famille où mon père et mon frère aînés sont des philosophes ; mon père aimait beaucoup les mathématiques, aimait beaucoup la géométrie en passant. Il a failli faire carrière en mathématiques d'ailleurs, mais il a choisi finalement la philosophie.

Bulletin AMQ – C'est un scoop.

Jean-Marie De Koninck – Oui, c'est un scoop effectivement, c'est intéressant. J'ai appris ça dernièrement de mon grand frère.

Bulletin AMQ – Quand j'étais au collège, j'ai eu un jour en main les Œuvres complètes de Henri Bergson. Le premier texte que lui-même considérait digne de figurer dans ses *Œuvres* était la rédaction d'un problème du concours d'entrée à l'École normale supérieure, je crois. Le premier article scientifique apparaissant dans les Œuvres du philosophe Bergson est la résolution d'un problème de mathématiques.

Jean-Marie De Koninck – C'est pour dire que la philosophie n'est pas tellement loin des mathématiques. On le voit, comme tu dis, par la vie de certains personnages, et on le voit souvent dans les réflexions de certains mathématiciens qui, finalement, ont des réflexions qu'on serait plutôt tenté d'attribuer à des philosophes, et pourtant ils sont mathématiciens. Puis on voit aussi que les philosophes en général portent grand intérêt à l'avancement des mathématiques. Je trouve ça très amusant, puis ils se rejoignent dans certains domaines comme la logique.

Bulletin AMQ – Oui, les mathématiciens ont apporté beaucoup à la logique depuis Boole, Hilbert, Russell. Et aussi sur la question de l'infini, du discret et du continu avec Cantor. On peut souhaiter que nos amis philosophes apprécient cet apport et regardent ces grands problèmes d'un œil nouveau. Mais le problème, évidement tu le sais, c'est l'éducation : la formation en sciences humaines est incomplète, car elle évacue les mathématiques.

Jean-Marie De Koninck – C'est incroyable ça. C'est tellement dommage de voir effectivement que, par ignorance d'une certaine façon, on prive les étudiants d'outils importants pour aborder les grands problèmes. C'est drôle parce qu'on va à contre-courant de ce qu'on était en train d'expliquer tantôt, que finalement dans notre société qui est de plus en plus compétitive sur le plan économique, avec le phénomène de la mondialisation, on est en train de se faire bouffer par les autres sociétés où on a décidé d'accorder plus d'importance aux sciences et aux mathématiques. Je regarde un peu partout en Occident, il y a une baisse d'intérêt pour les sciences et les mathématiques dans les écoles, une baisse du nombre d'inscriptions. Ici à la faculté des sciences, il y a une baisse de 5 %, je pense, par rapport à l'an passé, mais qui est systématique depuis quelques années. Le même phénomène se passe en France et aux États-Unis. Alors que dans les pays asiatiques, il y a une croissance d'intérêt pour les sciences et les technologies. Je pense à la Chine, au Japon, à la Corée du Sud, aux Indes : on est en train de développer des produits à la fine pointe de la technologie, les étudiants sont de plus en plus forts en mathématiques. La coïncidence est frappante : pendant que nous autres on se désintéresse des sciences, notre économie baisse, alors que chez eux, dans les pays Asiatiques, on s'intéresse aux sciences et aux mathématiques, et on est en train de développer des cerveaux extraordinaires. Leur économie est en croissance phénoménale. Autrement dit, pour des raisons purement économiques, on devrait instruire davantage nos jeunes en sciences et en mathématiques. Malheureusement, au Québec, on est en train d'aller dans le sens contraire. C'est ça que je trouve désolant, affolant. Il faut croire que les décideurs ne sont pas renseignés. Pourquoi prennent-ils des décisions comme celles-là ?

Bulletin AMQ – Tu vas être notre ambassadeur cette année pour convaincre les décideurs. Serait-il utile que le premier ministre du Québec fasse un peu comme le président des États-Unis, qu'il énonce clairement que les mathématiques et les sciences sont essentielles à la compétitivité économique du Québec ?

Jean-Marie De Koninck – Je pense qu'effectivement ça serait bon que, même avant de mettre de l'argent, il y ait un énoncé politique. Que les politiciens s'avancent pour dire : oui on a compris, oui on a compris que pour être davantage compétitif, oui on a compris que pour avoir une société plus avant-gardiste, on devrait investir davantage dans l'éducation, puis investir davantage dans l'éducation au niveau des sciences et des mathématiques. Déjà un énoncé politique comme celui-là, avant même qu'il y ait un sou versé, ça brasserait un peu les gens. Le monde de l'éducation dirait : Finalement oui, peut-être que c'est vrai. L'industrie aussi dirait : Oui c'est vrai, on a besoin d'une main-d'œuvre plus spécialisée, plus forte sur le plan des sciences et des technologies. Il faudrait que nous autres aussi on contribue à cette formation-là. Je pense beaucoup au projet conjoint gouvernement et industrie pour avoir une main-d'œuvre plus compétente en sciences, en mathématique et en technologies.

Bulletin AMQ – Est-ce qu'il ne faudrait pas aller présenter *ShowMath* aux politiciens ?

Jean-Marie De Koninck – Oui effectivement, peut-être à toute fin pratique. Parce que l'idée de *ShowMath*, c'est pas un cours de mathématique, c'est pour montrer aux gens qu'il y a des mathématiques un petit peu partout dans différents domaines de l'activité humaine et que c'est aussi très amusant, très excitant.

Bulletin AMQ – Pour le bénéfice des lecteurs, des membres de l'AMQ qui sont très fiers de t'avoir comme président, j'aimerais terminer cette entrevue en te demandant comment tu vois le rôle de l'AMQ dans tout ce contexte dont on a parlé jusqu'à maintenant, de valorisation des sciences et des mathématiques.

Jean-Marie De Koninck – Bien, je pense qu'effectivement, il y a encore là un petit rattrapage à faire pour redonner aux mathématiques leur place, la place qu'elles méritent dans notre système d'éducation. En fait, dans le curriculum scolaire, il faudrait davantage de cours de mathématiques aussi bien au niveau optionnel qu'au niveau obligatoire. Je pense qu'on ne peut pas devenir un citoyen informé, capable de prendre de bonnes décisions aujourd'hui, si on n'a pas au moins une base en mathématiques. Je ne parle pas de connaître le calcul différentiel et intégral ou quelque chose comme ça. Mais, dans la vie de tous les jours, on est bombardés de données numériques à la télé, dans les médias, que ce soit des graphiques, des sondages, des loteries, des hypothèques, etc. Les gens sont bombardés de chiffres qu'ils ne comprennent pas, qu'ils sont incapables d'interpréter. À la limite cela donne des citoyens qui sont exploités par les gouvernements et aussi par l'entreprise privée qui essaye de leur passer des produits qu'ils ne devraient pas se procurer. Je pense que le niveau d'ignorance mathématique chez les citoyens est déplorable et c'est dû en bonne partie à notre système d'éducation qui n'est pas à la page de ce côté-là. On pense souvent : Si vous n'allez pas dans un domaine pointu des sciences, vous n'avez pas besoin des mathématiques. Je pense au contraire que partout, quelle que soit sa carrière future, chaque personne a besoin d'une base en mathématiques dont elle pouvait peut-être se passer il y a 30 ou 40 ans mais plus maintenant. Les mathématiques sont actuellement omniprésentes dans à peu près tous les métiers, et celui qui veut être capable d'avoir une carrière intéressante dans à peu près n'importe quel secteur d'activité humaine devrait avoir une base assez solide en mathématiques. Je trouve ça dommage qu'elles soient évacuées de notre système scolaire, évacuées par des gens incompétents qui n'ont pas été capables de comprendre l'importance des mathématiques. C'est peut-être un jugement un peu sévère, mais disons que c'est ma perception de ce qui se passe actuellement. Je pense que l'Association mathématique du Québec a un rôle à jouer pour remettre les mathématiques à leur place.

Bulletin AMQ – Ça me rappelle qu'on avait eu un congrès à Lévis en 1995 où tu avais reçu avec Armel Mercier le Prix Adrien-Pouliot pour votre livre de théorie des nombres publié chez Modulo. Le ministre de l'Éducation de l'époque était venu.

Jean-Marie De Koninck – C'était Jean Garon. C'est lui qui m'avait remis le prix.

Bulletin AMQ – J'avais trouvé excellent son discours : il était venu nous dire que les mathématiques font partie, avec la langue française et l'informatique, des langages fondamentaux que l'on doit apprendre à l'école.

Jean-Marie De Koninck – Galilée disait : Le livre de la nature est écrit dans le langage des mathématiques. Mais selon moi, les mathématiques c'est plus qu'un langage, c'est devenu un outil indispensable autant pour les scientifiques que pour les citoyens.

Bulletin AMQ – Là-dessus j'aimerais, au nom des lecteurs du Bulletin AMQ, te remercier beaucoup de cette très intéressante entrevue.

Jean-Marie De Koninck – Ce fut un plaisir.

Association Mathématique du Québec

Racines carrées, racines cubiques

Jean M. Turgeon
Université de Montréal

Je garde un bon souvenir du moment de mon enfance où l'on m'a enseigné la méthode de calcul de la racine carrée d'un nombre. J'étais intrigué par l'étrange opération qu'il fallait effectuer après avoir trouvé chaque chiffre de la réponse (les étapes 3 et 4 ci-dessous). C'était efficace, mais personne ne semblait pouvoir me l'expliquer.

Je me propose ici (a) de présenter cette méthode, (b) d'en donner un exemple, (c) d'en présenter une justification dans une base de numération b quelconque, avec un exemple en base 7, et (d) de l'appliquer à un nombre qui est trop grand pour les calculatrices ordinaires. La suite de l'article analysera le calcul des racines cubiques.

(a) La méthode

La description qui suit est adaptée de celle des Frères des Écoles chrétiennes [1925, p. 308] et de celle du F. Robert, C.S.V. [1927, p. 131].

Étape 1. Partager le nombre donné en tranches de deux chiffres à partir de la droite ; la dernière tranche à gauche peut seule n'avoir qu'un chiffre. (Le nombre de tranches indique le nombre de chiffres de la racine.)

Étape 2. Extraire la racine carrée du plus grand carré parfait contenu dans la première tranche à gauche, ce qui donne le premier chiffre de la racine. Faire le carré de ce chiffre et le soustraire de la tranche employée.

Étape 3. À la droite du reste, écrire la tranche suivante, puis diviser ce nombre par vingt fois la racine trouvée jusqu'ici.

Étape 4. Le quotient obtenu à l'étape 3 est le second chiffre de la racine ou un chiffre trop fort. Pour le vérifier, l'écrire à la droite du double de la racine et multiplier le nombre ainsi formé par le chiffre à vérifier ; retrancher le produit du nombre qui a servi de dividende. Si la soustraction n'est pas possible, diminuer d'une unité le chiffre à vérifier et recommencer la vérification.

Étape 5. À la droite du nouveau reste, écrire la tranche suivante ; diviser le nombre ainsi formé par vingt fois la racine trouvée. Le quotient obtenu est le troisième chiffre de la racine.

Étape 6. Continuer cette série d'opérations jusqu'à ce que toutes les tranches aient été employées.

Robert [1927, p. 132] ajoute les deux remarques suivantes.

« **I.** Il arrive parfois qu'une division donne pour quotient zéro ; dans ce cas on écrit un zéro à la racine, on abaisse une tranche et l'on continue l'opération.

II. On n'a jamais à la racine un chiffre trop faible si l'on applique la règle précédente (étape 3). Mais pour diminuer les essais, il peut arriver que l'on prenne un chiffre trop faible. On reconnaît cette erreur lorsque le reste est supérieur au double de la racine trouvée. »

Nous appellerons *itérations* les applications successives des étapes 4 et 5. À chaque itération, nous noterons R la partie de la racine trouvée jusqu'à ce point.

Thérèse Éveilleau présente une description plus récente de cet algorithme dans son site Internet. Cette description provient d'un manuel de V. Lespinard et R. Pernet [1968] et comporte les neuf règles suivantes.

« 1. Écrire le nombre dont on veut extraire la racine comme le dividende d'une division.

2. Séparer en tranches de deux chiffres à partir de la droite ; la dernière tranche à gauche peut n'avoir qu'un chiffre.

3. Extraire la racine de la première tranche à gauche ; on obtient ainsi le premier chiffre de la racine cherchée qu'on écrit à la place du diviseur habituel.

4. Retrancher le carré de ce nombre d'un chiffre de la première tranche à gauche.

5. Abaisser, à droite du résultat de la soustraction précédente (premier reste partiel), la tranche suivante.

6. Séparer dans le nombre obtenu le dernier chiffre à droite et diviser le nombre restant par le double du nombre d'un chiffre écrit à la place du diviseur ; on écrit le double de ce nombre à la place du quotient.

7. Si le quotient est inférieur à 10, l'essayer, sinon commencer par essayer 9 ; l'essai se fait en écrivant ce quotient à droite du double de la racine de la première tranche et en multipliant le nombre obtenu par le quotient considéré. Si le produit peut être retranché du nombre formé au 5, le quotient convient, sinon on essaie un nombre inférieur jusqu'à ce que la soustraction soit possible.

8. Le résultat de la soustraction est le deuxième reste partiel. Écrire le nombre essayé à droite du premier chiffre écrit à la place du diviseur.

9. Recommencer avec le deuxième reste partiel comme avec le premier et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'on ait utilisé toutes les tranches. Le dernier reste partiel est le reste de la racine carrée. »

La page Internet de Mme Éveilleau comporte un programme interactif qui applique les neuf règles à un entier positif (plus petit que 10^8) choisi par le visiteur du site. On peut contrôler le programme avec des boutons interactifs : arrêter, avancer ou reculer pas à pas.

(b) Un exemple

Calculer la racine carrée du nombre 2 920 710.

$$\begin{array}{l|l}
\sqrt{\;2\,92\,07\,10} & 1 \\ \cline{2-2}
\underline{1} & \\
1\,92 &
\end{array}$$

On voit ci-dessus un arrangement des calculs pour les étapes 1 et 2 et l'écriture de la tranche suivante à la droite du reste.

La division de 192 par $1 \times 20 = 20$ donne un nombre dont la partie entière est 9. À l'étape 4, on vérifie donc le chiffre 9 en multipliant 29 par 9. Le produit, 261, est trop grand. On essaie 8 ; 8 fois 28 donne 224, trop grand aussi. C'est 7 qui convient, avec $7 \times 27 = 189$. On abaisse la tranche suivante.

$$
\begin{array}{l|l}
\sqrt{\;2\,92\,07\,10} & 1 \\
\cline{2-2}
\underline{1} & 2\boxed{7} \\
1\,92 & \\
\underline{2\,61} & \\
\;\;-69 & \\
1\,92 & \\
\underline{2\,24} & \\
\;\;-32 & \\
1\,92 & \\
\underline{1\,89} & \\
\;\;\;3\,07 &
\end{array}
$$

Cet exemple illustre la deuxième remarque du F. Robert, que le nombre obtenu par la division par 20 n'est jamais trop faible. À la première itération, la division par $20R$ donne souvent un nombre trop grand parce que R est petit. La différence est très grande entre la division par 20 et la division par $20 + 9 = 29$ (29 est 45 % plus grand que 20). À l'itération 4 du présent exemple, on aura $R = 170$ et le reste à considérer sera 30 710. À ce moment-là, la différence entre la division de 30 710 par $20 \times 170 = 3\,400$ et la division du même nombre par $(20 \times 170) + 9 = 3\,409$ sera trop petite pour affecter la partie entière du quotient, qui est 9 (3 409 est environ seulement 0,26 % plus grand que 3 400).

Nous avons maintenant $R = 17$. À chaque itération, il est bon de vérifier les calculs. Ici, on a bien

$$(17)^2 + 3 = 292.$$

Pour déterminer le chiffre suivant, on divise 307 par $20 \times 17 = 340$. La partie entière du quotient étant zéro, c'est la première remarque du F. Robert qui s'applique. Après cette deuxième itération, la nouvelle valeur de R est 170. Vérification :

$$(170)^2 + 307 = 29\,207.$$

$$
\begin{array}{l|l}
\sqrt{\;2\,92\,07\,10} & 170 \\
\cline{2-2}
\underline{1} & 2\boxed{7} \\
1\,92 & \\
\underline{1\,89} & \\
\;\;\;3\,07\,10 &
\end{array}
$$

On abaisse la tranche suivante.

Pour déterminer le chiffre suivant, on divise 30 710 par $20 \times 170 = 340$. La partie entière du quotient, tel que mentionné ci-dessus, est 9. Vérification :

$$(1709)^2 + 29 = 2\,920\,710,$$

où 29 est le *reste* du calcul de cette racine carrée.

$$\begin{array}{r|l}
\sqrt{\;2\;92\;07\;10} & 1709 \\ \cline{2-2}
\underline{1} & 2\boxed{7} \\
1\;92 & 340\boxed{9} \\
\underline{1\;89} & \\
3\;07\;10 & \\
\underline{3\;06\;81} & \\
29 &
\end{array}$$

(c) Justification du procédé

Je supposerai ici que le lecteur est familiarisé avec la notion de *base de numération*. La base habituelle est la base 10, où les chiffres peuvent prendre dix valeurs possibles, qui sont $0, 1, 2, \ldots, 9$. Chaque chiffre d'un nombre se trouve multiplié, selon sa position, par une puissance de 10. Ainsi

$$253 = 2(10^2) + 5(10^1) + 3(10^0).$$

Dans une base b quelconque, on aura, par exemple,

$$(a_2, a_1, a_0)_b = a_2(b^2) + a_1(b^1) + a_0(b^0),$$

où les chiffres peuvent prendre b valeurs possibles, qui sont $0, 1, 2, \ldots, b-1$.

En base 10, partager le nombre donné en tranches de deux chiffres à partir de la droite, c'est l'exprimer dans la base 100, où les chiffres, au lieu d'être situés entre 0 et 9, le sont entre 0 et 99. De même, dans une base b quelconque, partager le nombre donné en tranches de deux chiffres à partir de la droite, c'est l'exprimer dans la base b^2, où les chiffres, au lieu d'être situés entre 0 et $b-1$, le sont entre 0 et b^2-1.

Le raisonnement qui suit se fera dans une notation plus simple si on généralise tout de suite à des bases b et b^2, et cette généralisation nous servira dans la suite.

Considérons un nombre de la forme

$$N^2 = c_3 b^6 + c_2 b^4 + c_1 b^2 + c_0,$$

dont les coefficients c_i varient de zéro à b^2-1. Les c_i sont connus et on cherche des coefficients a_i, qui varient de zéro à $b-1$, tels que

$$c_3 b^6 + c_2 b^4 + c_1 b^2 + c_0 = (a_3 b^3 + a_2 b^2 + a_1 b + a_0)^2. \tag{1}$$

Voir l'encadré pour le calcul de ce dernier carré.

$$\boxed{\begin{array}{l}
\qquad\qquad a_3 b^3 \;+\; a_2 b^2 \;+\; a_1 b \;+\; a_0 \\
\qquad\qquad a_3 b^3 \;+\; a_2 b^2 \;+\; a_1 b \;+\; a_0 \\
\hline
a_3^2 b^6 \;+\; a_2 a_3 b^5 \;+\; a_1 a_3 b^4 \;+\; a_0 a_3 b^3 \\
\qquad +\, a_2 a_3 b^5 \;+\; a_2^2 b_4 \;+\; a_1 a_2 b^3 \;+\; a_0 a_2 b^2 \\
\qquad\qquad +\, a_1 a_3 b^4 \;+\; a_1 a_2 b^3 \;+\; a_1^2 b^2 \;+\; a_0 a_1 b \\
\qquad\qquad\qquad +\, a_0 a_3 b^3 \;+\; a_0 a_2 b^2 \;+\; a_0 a_1 b \;+\; a_0^2 \\
\hline
a_3^2 b^6 \;+\; 2a_2 a_3 b^5 \;+\; (a_2^2 + 2a_1 a_3) b^4 \;+\; (2a_0 a_3 + 2a_1 a_2) b^3 \;+\; (a_1^2 + 2a_0 a_2) b^2 \;+\; 2a_0 a_1 b \;+\; a_0^2
\end{array}}$$

L'intention est de comparer les coefficients de part et d'autre de l'équation (1) afin de calculer successivement a_3, puis a_2, a_1 et a_0. On écrira donc les coefficients du côté droit de l'équation (1) de manière à trouver, dans le coefficient de b^6, uniquement a_3. Dans le coefficient de b^4 apparaîtront a_3 et a_2, mais ni a_1, ni a_0 ; dans celui de b^2, a_3, a_2 et a_1, mais non a_0. La constante est le seul terme à contenir a_0. On obtient la forme suivante du côté droit de (1) :

$$\begin{aligned}
(a_3 b^3 + a_2 b^2 + a_1 b + a_0)^2 \quad = \quad & a_3^2 b^6 + [2a_3 a_2 b + a_2^2] b^4 \\
& + [2a_1 a_3 b^2 + 2a_1 a_2 b + a_1^2] b^2 \\
& \quad + [2a_0 a_3 b^3 + 2a_0 a_2 b^2 + 2a_0 a_1 b + a_0^2].
\end{aligned}$$

Si on met en facteur a_2 dans le coefficient de b^4, a_1 dans le coefficient de b^2 et a_0 dans le terme constant, N^2 peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}(a_3b^3+a_2b^2+a_1b+a_0)^2 &= a_3^2b^6+[(2a_3b+a_2)a_2]b^4\\ &\quad+\{[2(a_3b+a_2)b+a_1]a_1\}b^2\\ &\quad\quad+[2(a_3b^2+a_2b+a_1)b+a_0]a_0.\end{aligned}$$

Mais $(a_3b^2+a_2b+a_1)$ est le nombre en base b dont les chiffres sont a_3, a_2 et a_1 :

$$(a_3a_2a_1)_b.$$

De même,

$$(a_3b+a_2)=(a_3a_2)_b \text{ et } a_3=(a_3)_b.$$

On peut donc écrire N^2 sous la forme

$$\begin{aligned}(a_3b^3+a_2b^2+a_1b+a_0)^2 &= a_3^2b^6+[(2(a_3)_bb+a_2)a_2]b^4\\ &\quad+\{[2(a_3a_2)_bb+a_1]a_1\}b^2\\ &\quad\quad+[2(a_3a_2a_1)_bb+a_0]a_0.\end{aligned}$$

L'algorithme consiste donc à trouver d'abord le plus grand entier a_3 dont le carré est plus petit ou égal à c_3. On soustrait a_3^2 de c_3 ; cette différence est la somme des retenues des multiplications qui suivent. Connaissant la valeur de a_3, on aborde le coefficient de b_4. À l'étape 3, on divise la différence par a_3 multiplié par deux fois la base, pour obtenir une approximation de a_2. La vérification consiste à calculer le coefficient de b^4 dans l'expression ci-dessus : $(2(a_3)_bb+a_2)a_2$.

En général, soit R la partie de la racine trouvée à une certaine étape. Alors on divise la différence qui reste par $2Rb$ (en base 10, c'est « vingt fois la racine trouvée jusqu'ici ») pour avoir une idée du chiffre x suivant, puis on vérifie x par la formule $(2Rb+x)x$.

Exemple. En base 7, calculer la racine carrée du nombre $(6\,611\,334)_7$. Voici la solution.

$$\begin{array}{r|l}
\sqrt{6\ 61\ 13\ 34} & 2\ 4\ 2\ 3 \\
\underline{4}\qquad\quad & 4\boxed{5} \\
2\ 61\qquad & 4\boxed{4} \\
\underline{3\ 24}\qquad & 51\boxed{2} \\
\text{négatif}\qquad & 514\boxed{3} \\
2\ 61\qquad & \\
\underline{2\ 42}\qquad & \\
16\ 13\quad & \\
\underline{13\ 24}\quad & \\
2\ 56\ 34 & \\
\underline{2\ 14\ 62} & \\
41\ 42 &
\end{array}$$

La réponse est

$$(6\,611\,334)_7 = (2\,423)_7^2 + (4\,142)_7.$$

Le reste paraît grand est suggère que la racine pourrait être plus grande que $(2\,423)_7$. Mais

$$(2\,424)_7^2 = (6\,612\,342)_7.$$

Notre réponse est donc correcte.

(d) Application à un grand nombre

Exemple. S'aider d'une calculatrice pour calculer la racine carrée du nombre à 24 chiffres

$$844\,897\,070\,137\,422\,318\,081\,129.$$

Si votre calculatrice est une TI-89 ou une TI-92, vous n'avez qu'à mettre ce nombre entre les parenthèses de la commande $\checkmark$(...), et le tour est joué.

Avec une calculatrice qui ne peut manipuler plus de 8 chiffres à la fois, on exprimera le nombre en base 10 000, où les chiffres vont de 0 à 9 999, et les calculs ressembleront aux suivants. Noter que la calculatrice répond à la commande « 84489707 suivi de $\checkmark$ » par le nombre

$$9191,8282,$$

de sorte que l'on a déjà la deuxième tranche de la réponse.

$$\begin{array}{r|l}
\sqrt{84489707\ 01374223\ 18081129} & 9191\ 8282\ 7373 \\
\underline{84474481}\qquad\qquad\qquad\qquad & 18382\ \boxed{8282} \\
15226\ 01374223\qquad\quad & 18383\ 6564\ \boxed{7373} \\
\underline{15224\ 65831524}\qquad\quad & \\
1\ 35542699\ 18081129 &
\end{array}$$

Avec une calculatrice qui peut manipuler 10 chiffres à la fois, on exprimera le nombre en base 100 000, où les chiffres vont de 0 à 99 999, et les calculs ressembleront aux suivants.

$$
\begin{array}{l|l}
\sqrt{8448\ 9707013742\ 2318081129} & 91\ \ 91828\ \ 27373 \\
\cline{2-2}
\underline{8281} & 182\ \boxed{91828} \\
\quad 167\ 9707013742 & 18383656\ \boxed{27373} \\
\quad \underline{167\ 9701981584} & \\
\qquad\qquad 5032158\ \ 2318081129 &
\end{array}
$$

Pour ces calculs, on pourra utiliser les techniques présentées dans Turgeon [1999].

(e) Calcul de racines cubiques

Voici les étapes décrites dans le manuel du F. Robert [1927, p. 142]).

Étape 1. Partager le nombre en tranches de trois chiffres en commençant par la droite ; la dernière tranche à gauche peut seule n'avoir qu'un ou deux chiffres. Le nombre de tranches indique le nombre de chiffres de la racine.

Étape 2. Extraire la racine cubique du plus grand cube parfait contenu dans la première tranche à gauche, ce qui donne le premier chiffre de la racine. Faire le cube de ce chiffre et le soustraire de la tranche employée.

Étape 3. À la droite du reste, écrire la tranche suivante et diviser ce nombre par trois cents fois le carré de la racine trouvée. Le quotient obtenu est le second chiffre de la racine ou un chiffre trop fort. Vérifier ce chiffre.

Étape 4. À droite du reste, écrire la tranche suivante et diviser ce nombre par trois cents fois le carré de la racine trouvée. Le quotient obtenu est le troisième chiffre de la racine. Vérifier ce chiffre.

Étape 5. Continuer cette série d'opérations jusqu'à ce que toutes les tranches aient été employées.

Voici en quoi consiste la vérification à effectuer aux étapes 3 et 4. Soit R la partie de la racine cubique déjà trouvée et soit x le nombre à vérifier. Calculer

$$x^3 + 30Rx^2 + 300R^2x. \tag{2}$$

Si ce nombre est plus petit ou égal au nombre obtenu en abaissant la tranche suivante, alors x est le prochain chiffre.

Robert [1927, p. 142] ajoute les deux remarques suivantes.

« **I.** Il arrive parfois qu'une division donne pour quotient zéro ; dans ce cas, on met un zéro à la racine, on abaisse une autre tranche et l'on continue l'opération.

II. On n'a jamais à la racine un chiffre trop faible si l'on applique la règle précédente. Mais, pour diminuer les essais, il peut arriver qu'on prenne un chiffre trop faible. On reconnaît qu'un chiffre est trop faible lorsque le reste est supérieur à 3 fois le carré de la racine trouvée, plus 3 fois cette même racine. »

(f) Un exemple

Calculer la racine cubique du nombre 1 740 992 458.

Dans les calculs de cet exemple, nous aurons plusieurs fois à évaluer l'expression (2), un polynôme de degré 3. Cette évaluation est grandement simplifiée si on a recours à la *méthode de Horner*. Cette méthode évite de calculer séparément les puissances de la variable. On écrit le polynôme dans la forme suivante.

$$\begin{aligned} f(x) &= a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \\ &= \{a_3x^2 + a_2x + a_1\}x + a_0 \\ &= \{[a_3x + a_2]x + a_1\}x + a_0. \end{aligned}$$

Au lieu de calculer les puissances de x, puis de les multiplier par les coefficients, on multiplie a_3 par x, on ajoute a_2, on multiplie la somme par x, on ajoute a_1, on multiplie la nouvelle somme par x et on ajoute a_0. Ces opérations sont possibles même avec une calculatrice simple, qui n'a que les quatre opérations arithmétiques, et elles se présentent commodément dans un tableau. Exemple : évaluer

$$f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 6$$

à $x = 2$. Voici le tableau.

$$\begin{array}{c|cccc|} & 2 & -5 & 0 & 6 \\ 2 & & 4 & -2 & -4 \\ \hline & 2 & -1 & -2 & 2 \end{array}$$

On voit ci-dessous l'arrangement des calculs pour les étapes 1 et 2 et l'abaissement de la deuxième tranche.

$$
\begin{array}{rrrr|l}
\sqrt[3]{1} & 740 & 992 & 458 & 1 \\ \cline{5-5}
1 & & & & \\ \cline{1-1}
0 & 740 & & &
\end{array}
$$

La partie entière de 740 divisé par $300 \times 1^2 = 300$ est 2. Pour vérifier ce chiffre, on applique la formule (2) avec la méthode de Horner :

$$
\begin{array}{c|rrrr|}
 & 1 & 30 & 300 & 0 \\
2 & & 2 & 64 & 728 \\ \hline
 & 1 & 32 & 364 & 728
\end{array}
$$

Comme $728 < 740$, le chiffre 2 convient. On soustrait 728 de 740 et on abaisse la tranche suivante. La partie entière de 12 992 divisé par $300 \times 12^2 = 43\,200$ est zéro. On applique la première remarque du F. Robert et on abaisse la tranche suivante.

$$
\begin{array}{rrrr|l}
\sqrt[3]{1} & 740 & 992 & 458 & 1\ 20 \\ \cline{5-5}
1 & & & & \\ \cline{1-1}
0 & 740 & & & \\
 & 728 & & & \\ \cline{2-2}
 & 12 & 992 & 458 &
\end{array}
$$

Pour déterminer le dernier chiffre, on divise 12 992 458 par $300 \times 120^2 = 4\,320\,000$. La partie entière de ce quotient est 3. On vérifie à l'aide de la formule (2) :

$$
\begin{array}{c|rrrr|}
 & 1 & 3600 & 4\,320\,000 & 0 \\
3 & & 3 & 10\,809 & 12\,992\,427 \\ \hline
 & 1 & 3603 & 4\,330\,809 & 12\,992\,427
\end{array}
$$

Donc le chiffre 3 convient. La soustraction nous fait découvrir un reste de 31.

$$
\begin{array}{rrrr|l}
\sqrt[3]{1} & 740 & 992 & 458 & 1\ 203 \\ \cline{5-5}
1 & & & & \\ \cline{1-1}
0 & 740 & & & \\
 & 728 & & & \\ \cline{2-2}
 & 12 & 992 & 458 & \\
 & 12 & 992 & 427 & \\ \cline{2-4}
 & & & 31 &
\end{array}
$$

Vérification : on a bien

$$(1\,203)^3 + 31 = 1\,740\,992\,458.$$

(g) Justification du procédé

Considérons un nombre de la forme

$$N^3 = c_2 b^6 + c_1 b^3 + c_0,$$

dont les coefficients c_i varient de zéro à $b^3 - 1$. Les c_i sont connus et on cherche des coefficients a_i, qui varient de zéro à $b-1$, tels que

$$c_2 b^6 + c_1 b^3 + c_0 = (a_2 b^2 + a_1 b + a_0)^3. \tag{3}$$

Voir l'encadré pour le calcul de ce dernier cube.

$$\begin{array}{r}
a_2 b^2 + a_1 b + a_0 \\
\times\ a_2 b^2 + a_1 b + a_0 \\
\hline
a_2^2 b^4 + a_1 a_2 b^3 + a_0 a_2 b^2 \qquad\qquad\qquad \\
+\ a_1 a_2 b^3 + a_1^2 b^2 + a_0 a_1 b \qquad\qquad \\
+\ a_0 a_2 b^2 + a_0 a_1 b + a_0^2 \\
\hline
a_2^2 b^4 + 2a_1 a_2 b^3 + (a_1^2 + 2a_0 a_2) b^2 + 2a_0 a_1 b + a_0^2 \\
\times\ a_2 b^2 + a_1 b + a_0
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllll}
a_2^3 b^6 + 2a_1 a_2^2 b^5 & + (a_1^2 a_2 + 2a_0 a_2^2) b^4 & + 2a_0 a_1 a_2 b^3 & + a_0^2 a_2 b^2 & & \\
\quad + a_1 a_2 b^5 & + 2a_1^2 a_2 b^4 & + (a_1^3 + 2a_0 a_1 a_2) b^3 & + 2a_0 a_1^2 b^2 & + a_0^2 a_1 b & \\
 & + a_0 a_2^2 b^4 & + 2a_0 a_1 a_2 b^3 & + (a_0 a_1^2 + 2a_0^2 a_2) b^2 & + 2a_0^2 a_1 b + a_0^3 & \\
\hline
\end{array}$$

$$a_2^3 b^6 + 3a_1 a_2^2 b^5 + (3a_1^2 a_2 + 3a_0 a_2^2) b^4 + (a_1^3 + 6a_0 a_1 a_2) b^3 + (3a_0^2 a_2 + 3a_0 a_1^2) b^2 + 3a_0^2 a_1 b + a_0^3$$

Calcul du cube de $a_2 b^2 + a_1 b + a_0$.

L'intention est de comparer les coefficients de part et d'autre de l'équation (3) afin de calculer successivement a_2, puis a_1 et a_0. On écrira donc les coefficients du côté droit de l'équation (3) de manière à trouver, dans le coefficient de b^6, uniquement a_2. Dans le coefficient de b^3 apparaîtront a_2 et a_1, mais non a_0. La constante est le seul terme à contenir a_0. On obtient la forme suivante du côté droit de (3) :

$$\begin{aligned}(a_2b^2+a_1b+a_0)^3 &= a_2^3b^6+[3a_1a_2^2b^2+3a_1^2a_2b+a_1^3]b^3\\ &\quad+[3a_0a_2^2b^4+6a_0a_1a_2b^3\\ &\qquad+(3a_0^2a_2+3a_0a_1^2)b^2+3a_0^2a_1b+a_0^3].\end{aligned}$$

Dans le coefficient de b^3, a_2 est connu et nous avons un polynôme en a_1 :

$$a_1^3+(3ba_2)a_1^2+(3b^2a_2^2)a_1+0.$$

Si on écrit R pour la partie connue de la racine cubique, l'expression devient

$$a_1^3+(3bR)a_1^2+(3b^2R^2)a_1+0.$$

De même, la constante est un polynôme en a_0 :

$$a_0^3+(3a_2b^2+3a_1b)a_0^2+(3a_2^2b^4+6a_1a_2b^3+3a_1^2b^2)a_0$$

où

$$3a_2b^2+3a_1b=3b(a_2a_1)_b$$

et

$$3a_2^2b^4+6a_1a_2b^3+3a_1^2b^2=3b^2(a_2b+a_1)^2=3b^2(a_2a_1)_b^2.$$

La constante est donc

$$a_0^3+3b(a_2a_1)_ba_0^2+3b^2(a_2a_1)_b^2a_0.$$

Ici on a $R=(a_2a_1)_b$ et l'expression devient

$$a_0^3+(3bR)a_0^2+(3b^2R^2)a_0+0.$$

En base 10, c'est notre polynôme (2).

Conclusion

Je m'étais donné comme défi d'expliquer clairement les algorithmes de calcul des racines carrées et cubiques. Pour trouver une racine quatrième, on calcule la racine carrée de la racine carrée. Au lecteur de trouver l'algorithme qui convient à la racine cinquième !

Références bibliographiques

Hodgson, Bernard, Coup d'oeil à saveur historique sur l'extraction de racine carrée. Bulletin AMQ (mai 2006).

Les Frères des Écoles chrétiennes [1925], Arithmétique (cours primaire supérieur), sixième et septième années. Prix : 70 sous.

Lespinard, V. et R. Pernet [1968], Manuel de Terminale C, cité dans le site Internet http :// perso.wanadoo.fr/ therese.eveilleau/ pages/ trucmat/ textes/ rcarreeanc.htm#zerobis.

Robert, F., C.S.V., [1927], L'arithmétique des écoles, cours supérieur, Les Clercs de Saint-Viateur, Montréal, 31 + 500 pages. Prix : 75 sous.

Turgeon, Jean M. [1999], Petites calculatrices, grands nombres. Bulletin AMQ, vol. 39, no 1, p. 18-21.

Association Mathématique du Québec

Mathématiques et civilisation

André Ross
Cégep de Lévis-Lauzon

Les mathématiques et la représentation du réel
La révolution Copernicienne

La révolution copernicienne est le résultat d'une remise en question de la cosmologie d'Aristote. Cette remise en question a été graduelle. Déjà au Moyen Âge, les maîtres de la scolastique Jean Buridan et Nicole Oresme ont discuté de la théorie aristotélicienne.

JEAN BURIDAN

Jean Buridan est né à Béthune en 1295 et est mort vers 1358. Il étudia à l'Université de Paris où il fut un disciple de Guillaume d'Occam. Il a enseigné la philosophie à Paris et fut élu recteur de l'Université en 1317. Des dissensions avec d'autres philosophes l'amenèrent à se retirer en Allemagne où il fonda une école. Il a laissé plusieurs commentaires sur la philosophie d'Aristote, en particulier la physique et la cosmologie.

En commentant le *Traité du Ciel* d'Aristote, Buridan[1] soulève la question suivante :

> *Si la Terre reste toujours immobile au centre du monde ; ou non ... [et] si, en supposant que la Terre est en mouvement de rotation autour de son centre et de ses propres pôles, tous les phénomènes que nous observons peuvent être sauvés ?*

[1] Cité dans *La physique d'Aristote à l'épreuve*, Pierre Souffrin, Les Cahiers de Science et Vie, Révolutions scientifiques, Nicolas Copernic, Hors série n° 39, juin 1997.

Peut-on, en considérant que la Terre est en rotation sur elle-même, expliquer tous les phénomènes que nous observons ? Buridan donne alors une série d'arguments en accord avec la rotation de la Terre et une autre série à l'encontre de cette hypothèse. Il écrit :

> *Il est vrai, sans aucun doute, que si la Terre avait un mouvement de rotation diurne d'Occident vers l'Orient, toutes les choses nous apparaîtraient au ciel telles qu'elles nous apparaissent ...*

Cependant, cela ne lui semble pas un argument permettant de conclure que la Terre a un mouvement de rotation.

Parmi tous les arguments, le seul qui lui semble décisif est celui de la flèche. Cet argument est, pour lui, une preuve de l'immobilité de la Terre.

> *Une flèche, lancée verticalement par un arc, retombe à l'endroit même de la Terre dont elle avait été lancée, ce qui ne serait pas si la Terre était en mouvement avec une si grande vitesse ; bien au contraire, avant la chute de la flèche d'où elle avait été lancée serait à une lieue de distance.*

Dans ses réflexions, Buridan soulève une question fondamentale. Si la Terre est en mouvement, « *est-ce que tous les phénomènes peuvent être sauvés* » ? Certes, « *toutes les choses* *nous apparaîtraient au ciel telles qu'elles nous apparaissent* » mais comment concilier le mouvement de rotation de la Terre avec la chute des corps ? L'argument de la flèche illustre cette impossibilité de concilier la rotation de la Terre et la chute des corps. En conclusion, « *les choses nous apparaîtraient au ciel telles qu'elles nous apparaissent* », mais « *tous les phénomènes ne peuvent être sauvés* » ou expliqués. Il n'est plus possible, en acceptant la rotation de la terre, d'expliquer la chute des corps, du moins telle que décrite dans la physique d'Aristote.

NICOLE ORESME

Nicole Oresme est né en Normandie (dans un village près de Caen) en 1320 et fut étudiant, professeur et grand maître au collège de Navarre de 1356 à 1371. En 1377, il devint Évêque de Lisieux. L'époque d'Oresme est le quatorzième siècle. C'est le siècle de la Grande Peste qui a décimé le tiers de la population européenne et de la guerre de Cent ans qui opposa la France et l'Angleterre de 1337 à 1453. Par le mariage d'Henri II d'Angleterre et d'Aliénor d'Aquitaine, les rois d'Angleterre devenaient les vassaux du roi de France pour une partie de la France dont l'Aquitaine. Par cette guerre, les rois d'Angleterre voulaient couper tout lien de dépendance avec la France, mais les rois de France réussirent à les dépouiller de la majeure partie de leurs possessions françaises.

Même si l'époque n'était pas très propice à la recherche, Oresme apporta différentes contributions aux mathématiques. Il énonça des règles équivalentes à nos lois sur les exposants et développa des notations particulières pour les puissances fractionnaires et irrationnelles. Il a donné la première représentation graphique de variations, des règles pour la sommation de séries infinies et des lois particulières sur la convergence et la divergence de certaines séries infinies.

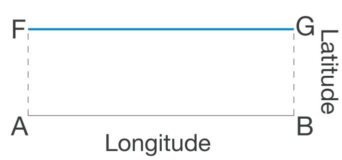
Au quatorzième siècle, les philosophes scolastiques d'Oxford avaient déjà entrepris l'étude de la quantification des qualités ou étude des formes variables. Ils en vinrent à énoncer la règle de Merton, du nom du Collège Merton d'Oxford. Cette règle s'énonce comme suit :

> *Toute qualité mesurable peut être imaginée comme une quantité continue.*

Il s'agit, dans cet énoncé, des qualités d'un corps au sens aristotélicien, c'est-à-dire la couleur, la chaleur, la dureté, la vitesse du corps.

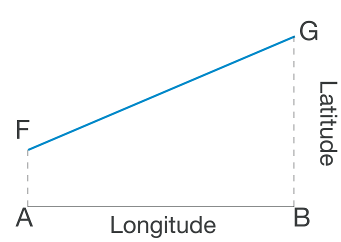
C'est dans un ouvrage intitulé *Tractatus de configurationibus qualitatum et motum* (Traité sur la configuration des qualités et du mouvement) qu'Oresme a exposé sa méthode de représentation d'une grandeur (qu'il appelle *qualité*) en fonction d'une autre grandeur. Sa méthode de représentation de ces qualités est appelée la *latitude des formes*. Ce qui lui permet alors de représenter graphiquement les variations d'intensité de la qualité étudiée : la vitesse, la variation de la chaleur, la variation de l'intensité lumineuse. Dans cette représentation graphique, les *longitudes* sont représentées sur une droite horizontale et les *latitudes* sont représentées à la verticale. Les longitudes sont ce que nous appelons maintenant les valeurs de la variable indépendante et les latitudes sont les valeurs de la variable dépendante. On classait alors les variations en trois catégories : *uniforme*, *uniformément difforme* et *difformément difforme*. Considérons la classification que cela permettait dans l'étude du mouvement.

Le *mouvement uniforme* est le mouvement à vitesse constante ; il est représenté par un rectangle.

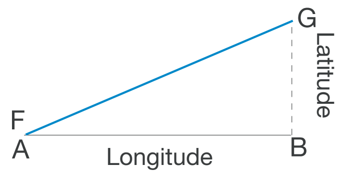


Mouvement uniforme

Le *mouvement uniformément difforme* est le mouvement dont l'accélération est constante, il est représenté par un trapèze lorsque la vitesse initiale est non nulle, et par un triangle lorsque la vitesse initiale est nulle.

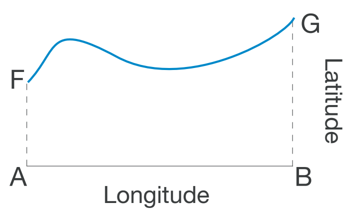


Mouvement uniformément difforme
vitesse initiale non nulle



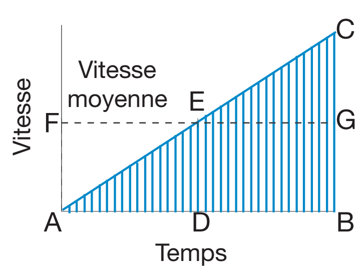
Mouvement uniformément
difforme
vitesse initiale nulle

Le *mouvement difformément difforme* comprend tous les autres cas, non représentables par des droites.



Mouvement difformément
difforme

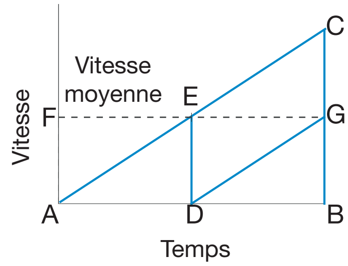
Oresme s'intéressa en particulier au mouvement *uniformément difforme* qui est le mouvement dont le taux de variation de la vitesse est constant (ou dont l'accélération est constante). Il représente le temps sur une droite horizontale en graduant celle-ci. En chaque instant, il élève une perpendiculaire dont la longueur est proportionnelle à la vitesse du mobile en cet instant. Il s'intéresse alors à la portion de plan balayée par ces perpendiculaires successives.



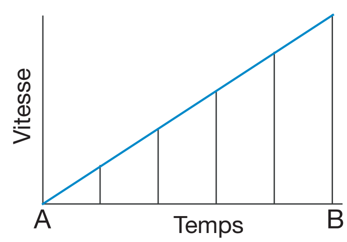
Grâce à cette représentation graphique et à la règle de Merton, Oresme acquit la conviction que la distance parcourue était représentée par l'aire sous la courbe puisque cette aire est la somme de tous les accroissements de distance correspondant aux vitesses instantanées.

Puisque l'aire du triangle est la moitié du produit de la base par la hauteur, Oresme en conclut que la distance parcourue par l'objet était la même que celle parcourue par un autre objet ayant, durant le même intervalle de temps, une vitesse constante et égale à la vitesse atteinte par le premier objet à la moitié de l'intervalle de temps. Pour étayer sa conclusion, il se basait sur le fait que l'aire du rectangle $ABGF$ de la figure ci-dessus est la même que celle du triangle ABC.

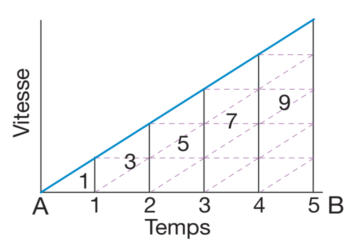
Oresme remarque également que l'aire sous la courbe dans cet intervalle de temps est quatre fois l'aire sous la courbe dans la première moitié de l'intervalle.



Poursuivant son étude, il considère un mouvement rectiligne uniformément accéléré dont la vitesse initiale est nulle.



Subdivisant ensuite l'intervalle AB en un certain nombre de parties égales, il fait apparaître clairement sur la figure que les aires des trapèzes au-dessus des intervalles sont dans la proportion 1, 3, 5, 7, etc. Il en est donc de même des distances parcourues durant ces intervalles de temps.



Il indique alors : « *comme l'a remarqué le grand mathématicien grec Pythagore, on a* :

$1 = 1 = 1$ fois 1,

$1 + 3 = 4 = 2$ fois 2,

$1 + 3 + 5 = 9 = 3$ fois 3,

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4$ fois 4,

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5$ fois 5,

etc.,

on obtient toujours un nombre carré. Par ce moyen on peut déterminer les rapports mutuels des quantités totales » (c'est l'expression qu'il emploie pour désigner l'aire).

Si on exprime ce résultat en écriture moderne, en représentant le temps par t et la distance parcourue par s, on a :

$$s(t) = k\,t^2$$

Nicole Oresme a donc établi la loi fondamentale du mouvement rectiligne uniformément accéléré, à savoir que, si la vitesse à l'instant zéro est nulle, la distance parcourue est proportionnelle au carré du temps[2].

La représentation graphique appelée *latitude des formes* anticipe la création de la géométrie analytique. Cependant, le symbolisme algébrique inadéquat ne permettait pas d'exploiter efficacement cette idée pour parvenir à la géométrie analytique telle que nous la connaissons et qui sera l'œuvre de Descartes et de Fermat. Cependant, Oresme avait déjà remarqué, à partir de ces représentations graphiques, que l'on peut concevoir la distance comme l'aire sous la courbe de la vitesse. L'aire sous une courbe devient la représentation d'une grandeur physique. Cette constatation sera une motivation importante au développement d'une méthode générale du calcul de l'aire sous une courbe pour pouvoir étudier le mouvement difformément difforme qui est le cas le plus général.

Oresme discute également de l'hypothèse de la rotation de la Terre. Tout comme Buridan, il invoque et critique divers arguments. Certains de ceux-ci avaient été formulés par Aristote, d'autres par Ptolémée ou par les astronomes arabes Thabit ibn Qrra (826-901), al-Battani (vers 850-929), al-Biruni (973-1050) et Ibn al-Haytam (965-1039) (connu en Occident sous

[2]Galilée va également déterminer (ou confirmer) ce résultat expérimentalement ; nous y reviendrons dans un futur article.

le nom de Alhazen. Pour lui, l'argument de la flèche n'est pas décisif car dit-il :

> *la Terre n'est pas la seule à avoir un tel mouvement, mais avec elle l'eau et l'air. C'est la même chose que s'il y avait de l'air enclos dans un bateau : il semblerait à celui qui serait dans cet air-là que cet air ne fut pas en mouvement...*[3]

Cela lui permet de réfuter l'argument de la flèche :

> *Pour ce qui est de la flèche ou de la pierre lancée vers le haut, on pourrait dire que la flèche entraînée vers le haut par ce jet est mue très rapidement vers l'est avec l'air au sein duquel elle passe ainsi qu'avec toute la masse de la partie inférieure du monde qui est mue d'un mouvement journalier ; c'est pourquoi la flèche retombe au lieu de la terre d'où elle était partie...*

L'argument de la flèche n'est donc pas décisif pour lui. Il n'accepte pas pour autant la rotation de la Terre. Il conclut sa discussion en disant :

> *On ne pourrait montrer l'hypothèse de la rotation de la Terre par aucune expérience ni par le raisonnement. Cependant, tout le monde soutient, et je le crois, que c'est le ciel qui a un tel mouvement et que la Terre n'en a point : « Dieu a en effet fixé le lobe terrestre qui ne bougera pas [Ps. 92 : 1] ».*

Buridan et Oresme concluent à l'impossibilité de la rotation de la Terre, mais leurs discussions de cette hypothèse ont favorisé l'évolution du contexte culturel qui a permis à Copernic d'énoncer sa théorie.

NICOLAS COPERNIC

[3] Cité dans *La physique d'Aristote à l'épreuve*, Pierre Souffrin, Les Cahiers de Science et Vie, Révolutions scientifiques, Nicolas Copernic, Hors série n° 39, juin 1997.

Nicolas Copernic est né le 19 février 1473 à Torun en Pologne et est mort le 24 mai 1543 à Frombork (Frauenburg) en Pologne. Il était le cadet d'une famille de quatre enfants. Son père est mort en 1483 alors que Nicolas n'avait que dix ans. Le frère unique de sa mère, Lucas Watzenrode qui poursuivait une brillante carrière ecclésiastique, et de ce fait jouissait de plusieurs avantages, vint en aide à sa sœur et à ses neveux. En 1489, il devint évêque de Warmie et fit entrer ses neveux, André et Nicolas, à l'Université Jagellon de Cracovie.

En 1495, la mort d'un chanoine ouvrit une vacance au chapitre de Frombork et Copernic fut élu chanoine de Warmie. Puis, il partit étudier en Italie aux universités de Bologne et de Padoue. Il y étudia les sciences mathématiques qui relevaient à l'époque de la médecine, les médecins faisant usage de l'astrologie pour établir les diagnostics et les prescriptions. Il étudia également le grec à Padoue et obtint un diplôme de doctorat en Droit Canon de l'Université de Ferrare. De retour en Pologne, il y pratiqua la médecine durant quelques années, principalement auprès de son oncle, même si son occupation principale était reliée à sa formation en Droit Canon.

ASTRONOMIE

Durant ses études en Italie, Copernic s'était beaucoup intéressé à l'astronomie. Il fut à la fois élève et assistant de l'astronome Domenico Maria Novara (1454-1504). C'est à Bologne qu'il fit sa première observation astronomique, le 9 mars 1497.

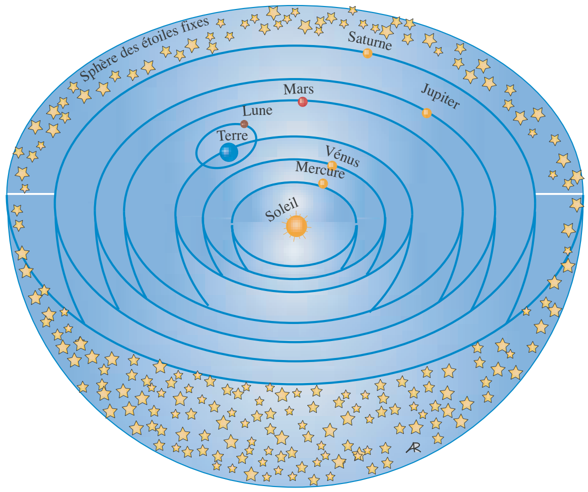
Ce n'est pas seulement pour la pratique de la médecine que Copernic s'intéressait à l'astronomie. Le Calendrier julien, en usage à l'époque, prenait de plus en plus de retard. Le décalage des saisons devenait important, ce qui posait problème pour l'agriculture, mais également pour les dates des fêtes religieuses et la plupart des activités humaines. Un autre problème qui soulevait les passions des milieux académiques était celui du point équant de Ptolémée que Copernic considérait contraire à la nature. Le nombre d'épicycles nécessaires pour décrire les orbites des planètes était devenu un obstacle à toute prédiction à cause de la lourdeur des calculs.

Dans les milieux savants, on se demandait, sans remettre Aristote en question, si le nombre d'épicycles ne serait pas moins important en plaçant le Soleil au centre du système. Aristarque n'avait-il pas proposé un tel système ? De plus, on avait constaté que le mouvement des planètes pouvait toujours se décomposer comme la somme de deux mouvements, celui du Soleil et un mouvement propre à la planète. L'astronome Georges Peurbach, qui avait traduit les ouvrages arabes, écrit : « Il est clair que chacune des six planètes partage quelque chose avec le Soleil, et son mouvement est le miroir et la mesure du mouvement des planètes ».

À l'époque de Copernic, on reconnaissait donc que le modèle géocentrique de Ptolémée présentait certaines faiblesses :

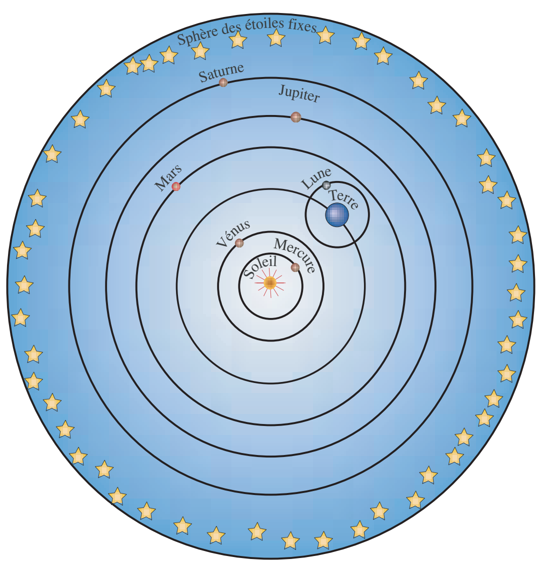
- Il y avait des discordances entre les observations et les prévisions.
- Pour assurer une meilleure concordance, des artifices avaient été introduits par les astronomes grecs : l'excentrique, l'épicycle et le déférent, le point équant.
- Chacun de ces artifices ternissait l'image d'un ciel parfait et immuable.

Copernic avait la conviction qu'il fallait préserver la pureté du mouvement circulaire à vitesse constante pour expliquer le mouvement des planètes. Pour y parvenir, il développa un modèle héliocentrique.



REPRÉSENTATION TRIDIMENSIONNELLE
DU MODÈLE DE COPERNIC

Dans ce modèle, la Terre et les autres planètes sont en orbite autour du Soleil. De plus, la Terre tourne sur elle-même et la Lune est en orbite autour de la Terre. Ce modèle fut présenté dans l'ouvrage *De Revolutionibus orbium cœlestium* qui fut publié en 1543, à Nuremberg. Copernic aurait reçu une copie de l'ouvrage sur son lit de mort.



REPRÉSENTATION BIDIMENSIONNELLE
DU MODÈLE DE COPERNIC

Le modèle de Copernic permettait d'expliquer simplement certains phénomènes qui semblaient étranges dans le modèle ptoléméen. Ainsi, Mercure et Vénus ne peuvent s'observer qu'en début et en fin de nuit, alors que Mars, Saturne et Jupiter peuvent être visibles toute la nuit. Dans le modèle de Copernic, cela s'explique simplement par le fait que ces planètes demeurent toujours très proches du Soleil et l'accompagnent dans son mouvement apparent. On ne peut donc les observer qu'au voisinage du Soleil. D'autres avantages sont décrits dans la présentation d'Astronomie, la révolution copernicienne.

Pour démontrer la supériorité de son modèle, Copernic devait montrer que celui-ci expliquait l'alternance des saisons, l'alternance du jour et de la nuit, et prenait en compte les observations faites depuis l'Antiquité.

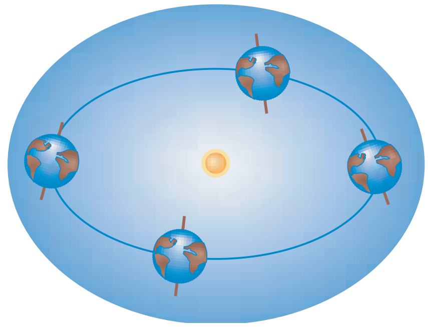
Pour y parvenir, il donne à la Terre trois types de mouvements :

- Une rotation autour du Soleil.
- Une rotation sur elle-même.
- Un mouvement conique de son axe.

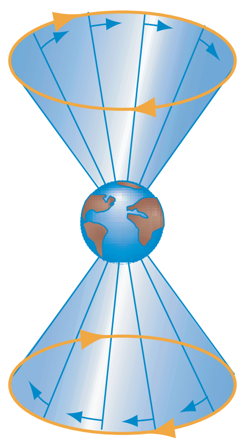
Par la rotation autour du Soleil, Copernic expliquait l'alternance des saisons. Par la rotation de la Terre sur elle-même, il expliquait l'alternance du jour et de la nuit. Le dernier mouvement visait à compenser le mouvement orbital de l'axe terrestre.

MOUVEMENT ORBITAL DE L'AXE

Dans le système copernicien, c'est la rotation de la Terre sur elle-même qui explique le mouvement circulaire apparent des étoiles sur 24 heures. L'axe de la Terre doit toujours être dirigé vers le centre de ces mouvements circulaires des étoiles. Cet axe devait donc être animé d'un mouvement puisque la Terre se déplaçait dans un mouvement annuel autour du Soleil.

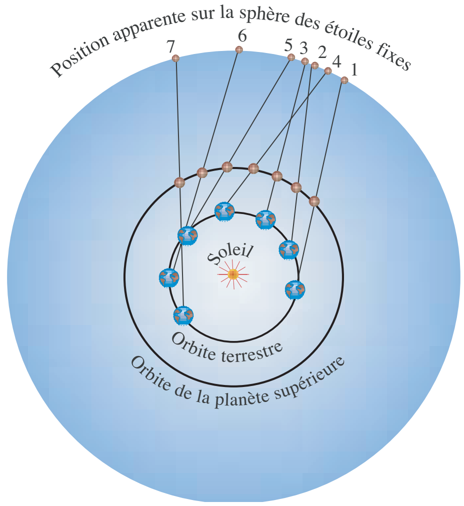


Pour que l'axe de la Terre soit toujours dirigé vers le centre des mouvements circulaires des étoiles, il fallait que cet axe soit animé d'un mouvement conique.



MOUVEMENT RÉTROGRADE

Vues de la Terre, les planètes semblent se déplacer de l'ouest vers l'est. Mais, lors de leur parcours de l'écliptique, elles reviennent périodiquement en arrière, vers l'ouest. Les Grecs expliquaient ce phénomène par les épicycles et les déférents. Pour Copernic, le mouvement rétrograde n'est qu'un mouvement apparent dû au fait que les planètes se déplacent à des vitesses différentes sur des cercles. Considérons l'illustration suivante représentant le déplacement d'une planète supérieure et de la Terre autour du Soleil. Les positions apparentes de la planète sur la sphère des étoiles sont 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Cela donne l'impression que la planète s'est arrêtée, est revenue en arrière puis est repartie à nouveau. En réalité, c'est la Terre qui se déplace plus rapidement et dépasse la planète, donnant l'impression que celle-ci a eu un mouvement rétrograde.

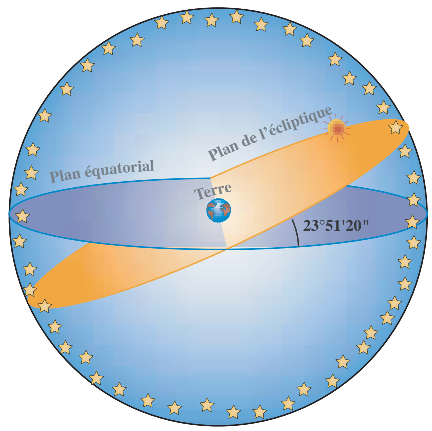


TEMPS DE PARCOURS DE L'ÉCLIPTIQUE

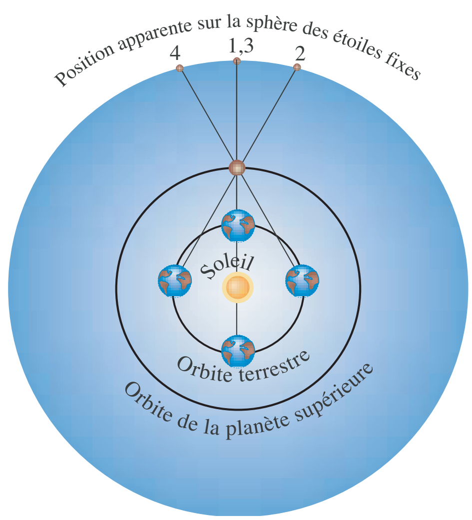
Une sphère céleste représente le ciel tel qu'il est vu de la Terre. Que le système du monde soit géocentrique ou héliocentrique, l'observation se fait toujours à partir du sol terrestre. Le plan équatorial est alors la projection de l'équateur terrestre sur la sphère céleste et le plan de l'écliptique, incliné à 23,5°, est le cercle dessinant la course apparente du Soleil durant une année.

Les planètes s'écartent légèrement de l'écliptique, mais leur course apparente est assez proche de celle-ci. Il est intriguant de constater que, vue de la Terre, une planète ne prend pas toujours le même temps pour parcourir l'écliptique. Cela signifie que la planète prend parfois plus de temps et parfois moins de temps pour effectuer un tour complet. Comment concilier cette observation avec l'idéal du mouvement circulaire à vitesse constante ?

Pour expliquer que les planètes ne semblent pas avoir une vitesse constante en parcourant l'écliptique, Ptolémée a recours aux épicycles et déférents. Dans le modèle copernicien, ce phénomène s'explique simplement par le mouvement de la Terre autour du Soleil.



Considérons une planète supérieure qui, vue de la Terre, se projette en position 1 sur la sphère des étoiles. Supposons de plus que la planète fait un tour de l'écliptique pendant que la Terre fait un tour et quart. Lorsque la planète a effectué un tour complet, la Terre a fait un tour et quart. De la Terre, la planète est vue en position 2. Elle ne semble pas avoir effectué un tour.



C'est le changement de position de la Terre qui explique ce retard apparent. Lorsque la planète a effectué un second tour complet, de la Terre, elle est vue en position 3. Cette fois, la planète semble avoir effectué plus qu'un tour et c'est le changement de position de la Terre qui explique cette avance apparente. Lorsque la planète a effectué un troisième tour complet, de la Terre, elle est vue en position 4. Au tour suivant, le cycle recommence.

Le mouvement de la Terre autour du Soleil permet donc d'expliquer de façon simple le problème de l'irrégularité des temps de parcours de l'écliptique.

OBJECTIONS AU MODÈLE HÉLIOCENTRIQUE

Malgré le fait qu'elle permet d'expliquer beaucoup plus simplement plusieurs phénomènes, la théorie héliocentrique fut considérée comme impossible par les contemporains de Copernic ainsi que par la grande majorité des astronomes et savants des générations suivantes, et ce, jusqu'au milieu de XVII^{e} siècle. La rotation de la Terre, nous l'avons vu avec Buridan et Oresme, n'était déjà pas facile à admettre. Adopter un modèle dans lequel la Terre, en plus d'un mouvement de rotation, était dotée d'un mouvement annuel autour du Soleil et d'un mouvement conique de son axe, c'était vraiment beaucoup demander.

Plusieurs arguments ont été présentés pour démontrer l'impossibilité de ce modèle. Certaines de ces objections étaient déjà connues. Plusieurs étaient des raisonnements par l'absurde qui mettaient en évidence l'incompatibilité du système copernicien et de la théorie aristotélicienne du mouvement. Voici quelques-unes de ces objections.

Objection au mouvement héliocentrique

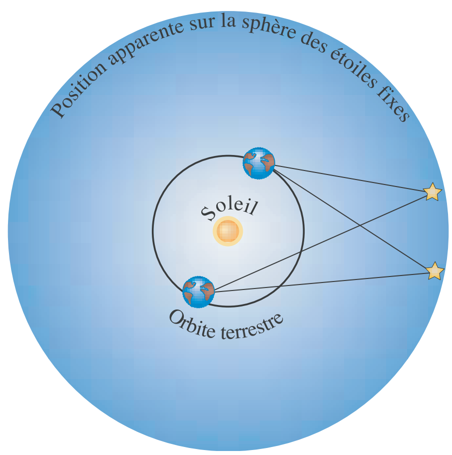
Dans la physique d'Aristote, chaque corps a une vitesse innée. Plus un corps est lourd, plus sa vitesse innée est grande. Des objets de poids différents se déplacent à des vitesses différentes. On observe facilement, en lançant une pierre et une plume d'un même geste, que la pierre voyage plus vite et plus loin. Dans la théorie du mouvement d'Aristote cela s'explique par le fait que les corps lourds ont une vitesse innée plus grande. Cette conception du mouvement permet d'élever l'objection suivante :

> *Supposons que la Terre est en mouvement autour du Soleil. Puisque les corps lourds ont une vitesse innée plus grande que les corps légers, il s'ensuit que la Terre peut se déplacer à une vitesse plus grande que les objets à sa surface. Par conséquent, les objets et les gens devraient tomber dans le sillage de la Terre. Or, ils ne tombent pas. La Terre ne se déplace donc pas et elle ne peut être en orbite autour du Soleil.*

Absence de parallaxe

Dans le système de Ptolémée, on considérait que la sphère des étoiles fixes était contiguë à celle de Saturne, ce qui n'est pas possible dans un modèle héliocentrique. Car alors, on percevrait un phénomène de parallaxe, ce qui n'était pas le cas. L'absence de parallaxe était une objection importante au mouvement annuel de la Terre.

Illustrons la teneur de cette objection en considérant deux étoiles fixes observées de la Terre. Si celle-ci se déplaçait autour du Soleil, la position apparente de ces étoiles devrait changer. Un tel changement n'est pas perceptible à l'œil nu. Pour expliquer cela, Copernic doit éloigner la sphère des fixes à une distance incommensurable. Il introduit alors un vaste espace vide ou inoccupé dont l'existence était très difficile à admettre sans remettre en question la physique d'Aristote.



Aristote avait démontré, dans des raisonnements par l'absurde, qu'il était impossible d'envisager l'existence du vide, car celui-ci était incompatible avec sa théorie du mouvement. En situant la sphère des fixes à une distance presque infinie, Copernic expliquait l'absence de parallaxe, mais cela signifiait l'existence d'un grand espace vide, ce qui était inconcevable pour ses contemporains.

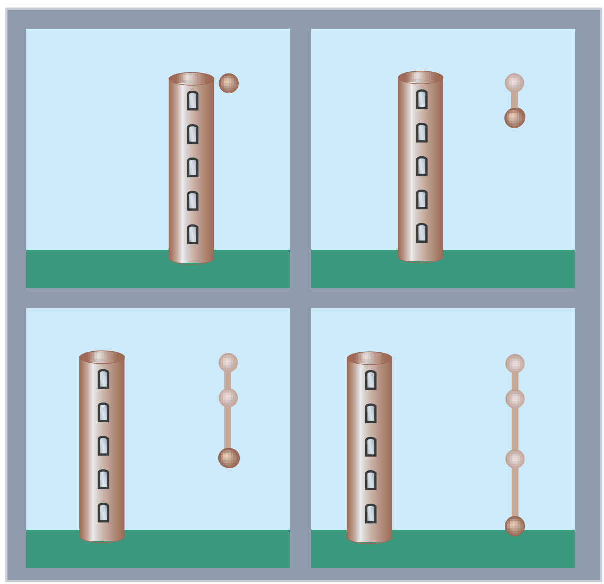
Objection au mouvement diurne

Les objections au mouvement diurne sont plus nombreuses, car elles font plus facilement appel au sens commun.

Si la Terre était animée d'un mouvement de rotation sur elle-même, nous devrions toujours sentir un vent d'est. Or, il n'en est rien. La Terre n'est donc pas en rotation sur elle-même.

Un argument de poids est celui de la pierre qu'on laisse tomber d'une tour. C'est une autre formulation de l'argument de la flèche qui ne semblait pas valable à Nicole Oresme, ce qui n'était pas le cas pour tous ses contemporains.

Si la Terre était animée d'un mouvement de rotation sur elle-même, une pierre tomberait d'une tour en s'éloignant de celle-ci. Or, il n'en est rien. La Terre n'est donc pas en rotation sur elle-même.



Dans la physique d'Aristote, l'état naturel est le repos. Pour mettre un corps en mouvement, il faut lui appliquer une force et, si cette force cesse d'agir, le mouvement s'arrête. Pour que la Terre soit en mouvement, il faudrait donc concevoir une force très grande qui s'exercerait continuellement.

La Terre est un corps très lourd. Pour le mettre en mouvement, il faudrait une force considérable. La sphère des étoiles, faite de cristal, est très légère. La mettre en mouvement suppose une force beaucoup moins grande. Il est donc naturel de penser que c'est la sphère des étoiles qui est en rotation plutôt que la Terre.

Dans cette objection, on se bute encore à la théorie du mouvement d'Aristote. Il est de plus en plus manifeste qu'il sera impossible d'implanter un nouveau modèle de l'univers sans revoir la théorie du mouvement.

CONCLUSION

Copernic n'est pas le premier à avoir envisagé que la Terre puisse être en mouvement. Aristarque de Samos ($\sim$310 - $\sim$230) avait déjà avancé cette idée, ce qui le fit accuser d'impiété. Jean Buridan (1295-1358) et Nicole Oresme (1320-1382) avaient discuté de l'hypothèse du mouvement diurne (rotation de la Terre) et avaient conclu à son impossibilité.

Copernic a contribué de façon importante à l'astronomie en étudiant en profondeur l'hypothèse d'un système héliocentrique. À sa parution, l'ouvrage de Copernic n'eut pas beaucoup d'impact en dehors des milieux universitaires. La complexité mathématique de l'ouvrage et la préface d'Osiander, selon laquelle il ne fallait pas considérer ce modèle comme vrai mais seulement comme une méthode de calcul plus simple, ont certainement nui à la reconnaissance de l'ouvrage.

Le modèle copernicien simplifie l'explication de certains phénomènes célestes. Cependant, il ne fournit aucune explication des mouvements du monde sublunaire. En rejetant la théorie d'Aristote, on gagne une meilleure explication des phénomènes célestes, mais ce gain ne compense pas la perte de l'explication du mouvement. C'est Galilée qui s'attaquera à ce problème.

BIBLIOGRAPHIE

Astronomy Before the Telescope, Édité par Christopher Walker, The trustees of the British Museum St. Martin's Press, New-York.

Les génies de la science, Pour la science, Kepler, Le musicien du ciel, Trimestriel août 2001–novembre 2001.

Les génies de la science, Pour la science, Galilée, novembre 1999.

Les cahiers de Science et Vie, Les pères fondateurs de la science, Kepler, hors série n° 21, juin 1994.

Les cahiers de Science et Vie, Révolutions scientifiques, Nicolas Copernic, hors série n^{o} 39, juin 1997.

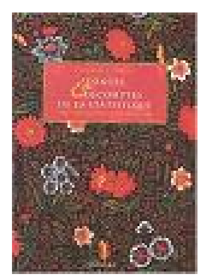
Les cahiers de Science et Vie, Dossier, Galilée, un génie redécouvert, février 2001.

Lu pour vous

Robert Bilinski
Collège Montmorency

Sous la présente rubrique, vous trouverez ma première chronique à thème unique ! Ça fait longtemps que j'essaie d'en faire une. J'ai patiemment récolté et accumulé des livres sur un seul sujet pour les présenter dans un tout. Voici donc sept livres sur les statistiques... À peu près tous les styles sont couverts : des livres de vulgarisation grand public et savante, des livres scolaires pour historiens, pour statisticiens et pour ingénieurs, des livres pour praticiens et un livre d'histoire des statistiques. La seule chose qui manque (et c'est seulement un choix éditorial de ma part, car la recension est prête) est un livre sur les « erreurs statistiques ».

Claudine Robert, *Contes & Décomptes de la statistique Vuiber,* 2003, 200 p., ISBN 2-7117-5320-4, environ 28 $.



Ce livre à la couverture florale nous invite à un voyage au pays des statistiques, mais surtout de la statistique. Le langage est simple et abordable. Les exemples sont forts nombreux et le texte est parsemé de nombreuses illustrations humoristiques. La matière présentée est celle d'un cours typique d'introduction aux statistiques de base (un peu de probabilité, statistiques descriptives, régression et intervalle de confiance). Par contre, l'approche est loin d'être typique, et surtout, les exemples sont empreints d'expérience et brisent quelques carcans dans lesquels on tombe lorsque l'on enseigne les statistiques sans les pratiquer.

Une illustration de cette approche ne tarde pas à venir. Dès le premier chapitre, qui traite des histogrammes et autres représentations graphiques, l'auteur nous amène à utiliser un nuage de points pour déceler une structure sous-jacente aux données. Le nuage a ceci de particulier qu'il est fait avec une série statistique unidimensionnelle que l'on « garoche[1] » immédiatement dans tout « bon livre » de statistique dans un histogramme. Comme on sait, les histogrammes nous font perdre de l'information sur les données. On pense souvent à la perte de position à l'intérieur des classes, alors que l'on perd plus comme le démontre ce livre. À la page 13, on représente par un nuage des tirs à l'arc successifs. On se rend vite compte qu'en faisant l'histogramme on perd aussi l'ordre des tirs en comparant l'histogramme et le nuage de points des même données. Pourtant je suis convaincu que cet exemple serait traité dans n'importe quel livre scolaire uniquement avec un histogramme.

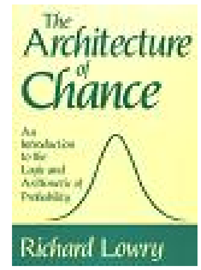
Dans chaque chapitre, on retrouve de ces exemples qui ouvrent l'esprit et font redécouvrir cette belle matière qui peut devenir routinière. J'ai vraiment eu un grand plaisir à lire cet ouvrage et je suis passé rapidement à travers. Même si le livre est « grand public », c.-à-d. avec beaucoup de texte et peu de formules, il reste tout de même plein de bonnes idées. C'est tout un changement par rapport aux textes de statistiques que l'on retrouve normalement.

Même si le livre est très bon dans son ensemble, je note quand même une petite faiblesse. En fait, les huit premiers chapitres sont extrêmement accessibles. Ce sont des textes travaillés, léchés et très lisibles. Vient alors le chapitre neuf qui est un choc par rapport aux premiers. L'auteur essaie de vulgariser en parlant des probabilités d'un point de vue de la mesure (elle parle presque de tribus et d'algèbres de Boole) ! Cette partie contraste tant avec le reste... Ainsi, je vous recommande chaudement ce livre ! Bonne lecture.

[1](Terme régional québécois) garocher : lancer violemment, ici : introduire violemment

Richard Lowry, *The architecture of chance,*

Oxford University Press, 1989, 180 p., ISBN 0-19-505608-6, environ 45 $.



J'ai un dada pour les probabilités, m'étant même « spécialisé » dans cette discipline. De plus, si je n'avais pas étudié en mathématique, j'aurais étudié en architecture. Le titre du livre avait donc tout pour m'attirer. Le résumé à l'arrière du livre présente son côté « bref et concis ». Il est certainement bref, mais est-il concis ? Il ne s'étale pas sur la théorie et s'en tient presque exclusivement aux applications. Ça le rend concis dans un certain sens.

L'introduction de ce livre donne rapidement le ton. En effet, dès la première page, on pose la question : « Est-ce que le jus de pomme augmente l'intelligence ? » On pourrait se demander quel est le lien avec les mathématiques. La réponse est donnée à la page suivante : « En sachant que sept personnes sur dix ayant pris du jus de pomme ont augmenté leur pointage dans un examen de Q.I.… » On devine alors qu'il s'agit de statistique. On pourrait croire que ce livre est écrit par un statisticien. Un petit regard sur la couverture arrière nous indique qu'il s'agit plutôt d'un psychologue. De retour à la lecture, l'introduction du livre finit avec une déclaration de principe : « Ce livre a pour but de développer la logique et l'intuition des probabilités. » Assez surprenant ce livre, après tout… Un psy qui veut développer les maths ?!

Le résumé nous informe aussi sur la finalité de ce livre. L'auteur voulait donner la chance aux lecteurs qui suivent un cours obligatoire de statistique d'acquérir les préalables nécessaires aux probabilités. Les chapitres sont donc organisés dans l'ordre typique d'un cours de probabilité. On voit : les bases des probabilités, les règles d'addition et de multiplication, le concept d'indépendance, la loi binomiale à l'aide d'arbres, la loi normale qui est l'aboutissement d'une binomiale avec un grand n, calculs avec la loi normale et estimation à l'aide de la loi de Student. Le contenu est donc traditionnel, mais l'approche ne l'est pas. Elle nous permet de voir ce que les « autres » trouvent importants dans notre matière. De plus, les exemples sont assez nombreux et appliqués dans les derniers chapitres du livre (le début a beaucoup de sous et de dés). Une autre surprise m'attendait quand j'ai lu la bibliographie : elle ne contient que des livres sur l'utilisation des statistiques, surtout l'utilisation abusive des statistiques !

Ce livre est donc concis et bref. C'est même un tourbillon. Je n'ai pu le digérer au complet et je vais probablement le relire (avec le livre *Elementary Probability with Applications* de Rabinowitz, recensé en mai 2005) avant d'enseigner Méthodes Quantitatives la prochaine fois. Ils me font penser à la question de la validité de l'approche au-delà de la validité de la matière. Comme disait ma collègue de bureau, Raymonde, ce matin : « On peut bien enseigner avec un mauvais livre et mal enseigner avec un bon livre ! » Le coup d'œil est différent, la matière est la même, la réflexion avance... Bonne lecture !

Frédéric Saly-Giocanti, *Utiliser les statistiques en histoire,*
Collection Cursus Armand Colin, 2005, 191 p.,
ISBN 2-200-26545-X, environ 28 $.

J'ai trouvé ce livre dans un catalogue et le titre m'a tout de suite attiré d'un point de vue professionnel. J'espérais trouver, au mieux, un recueil pour enseigner en Méthodes Quantitatives (MQ) ou, au pire, un livre avec des idées pour des exemples afin d'enrichir en cachette mon enseignement dans ce cours. En effet, les exemples sont « faciles » à trouver en démographie, en géographie, en économie, en politique, etc., mais ceux en histoire ne courent pas les rues.

Par contre, en arrivant chez moi, ce livre a suscité une autre réaction : « Les historiens écrivent des livres de maths ! », me suis-je dis. Bien qu'un peu outré à l'idée initialement (vu les débats qui courent dans nos cégeps ces dernières années), je deviens de plus en plus habitué à cette mode « d'application » qui amène les éditeurs à aller chercher des pratiquants dans les domaines (espérons le « calé » en statistiques) plutôt que des statisticiens appliqués dans le domaine.

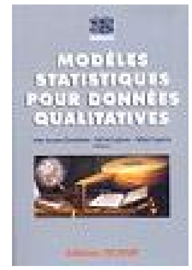
Le livre brise tout de suite avec la tradition des livres de statistiques. Le premier chapitre traite des séries chronologiques et de leurs représentations. Les statistiques descriptives ont été reléguées aux chapitres 3, 4 et 5. Entre les deux, on retrouve les distributions dans le chapitre 2. Dans le chapitre 6, on retrouve des représentations graphiques adaptées aux données historiques. Par la suite, on trouvera les pourcentages, indices (chap. 7 et 8), régression (chap. 9), graphique semi-log (chap. 10) et khi-deux (chap. 11).

Le contenu est visiblement très mathématique. L'auteur n'a pas peur de mettre les formules bien qu'elles n'ont pas la place que l'on trouve dans les livres écrits par les mathématiciens et les statisticiens. Il démontre à maintes reprises sa maîtrise de la matière. Les exemples, basés sur des données réelles et d'intérêt pour un historien, sont nombreux et variés. Par contre, les exercices sont peu nombreux : on en retrouve un ou deux par chapitre, avec 20 exercices d'intégration ou projets de complexité variable dans le douzième chapitre du livre. Chaque chapitre contient des instructions pour appliquer les connaissances avec un tableur comme Excel. Par contre, il faut au préalable avoir une connaissance de ce logiciel pour pouvoir suivre les instructions car celles-ci sont en texte sans illustration.

En lisant ce livre, j'admets avoir appris plusieurs nouvelles choses (la médiale était une mesure qui ne m'était pas connue...). J'ai bien aimé le changement de format. Au minimum, il permet de réfléchir à une autre manière de présenter les statistiques. Un bémol est le format compact de la présentation : les calculs sont intégrés dans les paragraphes qui sont souvent longs. Je ne suis pas convaincu que la mise en page permettra aux étudiants de mieux comprendre ; personnellement, cela ne m'a pas dérangé. Il aurait probablement fallu prendre quelques pages de plus pour soigner le côté esthétique. Par contre, le côté compact (le livre est en format de poche) et la couverture molle du livre m'ont permis de me promener un peu partout avec et de le lire dans le bus et les cafés du coin. En somme, j'ai bien aimé ce livre et je le recommande pour ceux qui enseignent MQ ou en sciences humaines. Bonne lecture !

Collectif de la SFdS (Société Française de Statistique), ***Modèles statistiques pour données qualitatives,***

Éditions Technip, 2005, 292 p., ISBN 2-7108-0855-2, environ 92 $.



Dans les mathématiques comme dans tout autre domaine, on retrouve des modes. En statistiques, ces temps-ci, on retrouve beaucoup de livres traitant de génétique, de simulations ou de marchés financiers (séries chronologiques, processus stochastiques, équations différentielles stochastiques). Alors la sortie de ce livre sur les données qualitatives m'a intrigué tout simplement par son non-conformisme à la mode. De plus, je me suis dit que ce type de variables est très couramment rencontré et que, justement de ce fait, elles sont négligées. Je voulais donc voir si je ne pouvais pas me ressourcer un peu et découvrir quelques nouvelles connaissances.

Ce livre est le neuvième dans une lignée de livres qui rendent compte de « Journées d'Études en Statistiques » organisées par la Société Française de Statistique avec le concours de la Société Mathématique de France. Puisque c'est un collectif, les chapitres ne se ressemblent pas forcément dans leurs styles, car chaque auteur en ayant un qui lui est propre. Ainsi, le premier chapitre, qui présente l'historique et les notions de base dans le domaine, ne contient à toutes fins pratiques pas d'exemple. Le côté historique est fort intéressant, mais le côté « liste de formule » paraît un peu stérile. En contraste, les chapitres 2 et 3, écrits par un autre auteur, sont plus vivants, car les concepts sont adéquatement illustrés par des exemples. Un bon point pour ce livre est la qualité du français, je dirais même la légèreté du français..., et ce, pour tous les auteurs. J'ai aussi énormément aimé l'interprétation géométrique des connaissances statistiques, qui manquait complètement aux cours que j'ai suivis.

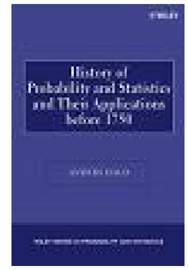
Le contenu du livre dépasse le niveau collégial. Il faut un minimum de connaissances statistiques « fraîchement » acquises pour comprendre le jargon à partir du chapitre 5 (probit, logit, gompit, ...). Par contre, je le recommanderais à quiconque s'embarque dans un cours de consultation statistique ou de laboratoire statistique à l'université. En effet, on retrouve des chapitres sur des sujets comme la régression logistique (simple, multiple, robuste et

PLS, ...) et la régression de Poisson (modèles de comptage avec application en assurance) comme sur les classes latentes, les méthodes de discrimination ainsi que sur les modèles log-linéaires et linéaires généralisés. Ainsi, c'est un bon livre de référence pour identifier rapidement un concept ou une approche à un problème donné. Par contre, pour avoir le côté « mécanique » ou « pratique », il faudra ensuite utiliser un autre livre même si les chapitres successifs deviennent de plus en plus appliqués. Par chance, le livre contient une bibliographie assez longue de douze pages, ce qui facilitera ce genre de perfectionnement. De plus, les références à la bibliographie sont nombreuses dans le texte, ce qui permet des explorations rapides en bibliothèque au moment opportun (où on ne comprend pas). Dans le même esprit, je crois que ce livre pourrait former un bon ajout dans les livres de références d'un consultant statistique ou d'un professeur d'université. En passant, pour les fiers Québécois, Trois-Rivières et Montréal sont mentionnées dans un exemple à la page 190.

Ce livre est quand même difficile à classer :

1) il expose de la théorie (des formules surtout) sans les démonstrations en général mais avec une « discussion » ;
2) il a des exemples mais qui sont en partie inventés de toute pièce ou tirés d'autres livres ;
3) il est appliqué, mais avec une approche « européenne » (rigoureuse), car il énonce systématiquement les conditions théoriques d'application (ce qui n'arrive pas toujours dans les livres appliqués américains) ;
4) il offre un survol intéressant de la littérature récente sur le sujet, en soulevant certaines polémiques et contradictions que l'on retrouve dans les « discussions » (par exemple p. 155 sur la robustesse de l'EMV en régression logistique par rapport aux explosions).

Avis à l'éditeur : en ajoutant plusieurs exemples et une série d'exercices à la fin de chaque chapitre, vous pourriez transformer rapidement ce livre de référence en manuel scolaire (n'oubliez pas une section de solutions à la fin). J'ai beaucoup apprécié la lecture de ce livre qui a éclairé quelques concepts que j'avais rencontrés au préalable. Il ne s'adresse malheureusement pas à tout le monde, mais pour ceux que j'ai mentionnés (étudiants en stats, professeurs d'université, consultants, bibliothécaires, personnes intéressées par les statistiques « actives », ...), ce livre est à considérer comme un bon achat. Bonne lecture !



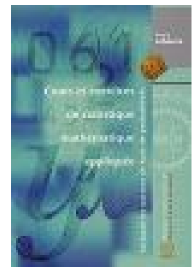
Anders Hald, *History of probability and statistics and their applications before 1750,*

Wiley Interscience, 2003, 594 p., ISBN 0-471-47129-1, environ 92 \$.

Pour continuer ce tour d'horizon sur les statistiques, je voudrais aussi mentionner un autre livre que j'ai trouvé fort intéressant et que j'ai consulté à plusieurs reprises ces derniers mois. Par contre, je vais commencer ma recension avec un mea-culpa. J'avoue ne pas l'avoir lu au complet. Ce n'est pas parce qu'il est mal écrit ou inintéressant. Bien au contraire ! C'est plutôt à cause de sa « taille imposante ». En effet, ce livre fait officiellement 594 pages (en fait, si on enlève les biographies et les pubs à la fin, on obtient à 548 pages). Mais les pages sont remplies et, de surcroît, la police est petite... Ainsi, le nombre de pages devrait être plus grand !

D'après les dires mêmes de l'auteur, ce livre offre quelques caractéristiques intéressantes. Les fils conducteurs sont les sujets statistiques et non les statisticiens. Ainsi, chaque chapitre est consacré à un problème, un théorème ou à un ensemble de concepts, et l'on découvre dans l'ordre les contributions des divers mathématiciens qui y ont travaillé. Il va sans dire que cela est plus intéressant pour le « praticien » que pour « l'historien ». Autre point intéressant, les contributions sont fidèles aux originaux des travaux, mais traduites dans les notations modernes. Ceci facilite grandement la lecture et rend ce livre utile aux mathématiciens et aux statisticiens en plus d'être utile aux historiens des mathématiques. Ça me rappelle mes lectures des Éléments d'Euclide en traduction littérale ; la lecture était fascinante mais pas simplifiée par l'incompatibilité des écritures. C'est donc à mes yeux un plus pour ce livre.

Pour avoir lu les chapitres de ce livre qui ont attiré mon attention et ceux qui étaient pertinents à mes recherches de l'automne dernier, je peux dire qu'en tout et pour tout, j'en ai lu la moitié et feuilleté l'autre « en diagonale ». Ainsi, je pense avoir saisi ce livre à son plein potentiel en tant que mathématicien, professeur ou statisticien. Par contre, je ne peux en dire autant du côté historique. Même si le domaine m'intéresse grandement, je ne m'y suis pas spécialisé (j'ai par contre assisté à beaucoup de conférences et d'ateliers en histoire des mathématiques, notamment pendant les congrès de la SMC). Donc, ce que je vais dire sera sous toute réserve et les historiens des mathématiques qui me lisent pourront me corriger s'ils le jugent nécessaire : je pense que ce livre est une bonne source historique également. Bonne lecture !



Mario Lefebvre, *Cours et exercices de statistique mathématique appliquée,*

Presses Internationales Polytechniques, 2004, 512 p., ISBN 2-553-01139-3, environ 68 $.

Je n'ai pas utilisé ce livre dans un cours. Ainsi, ma recension ne se base pas sur une expérience directe avec ce livre dans une classe. Mais, je suis en train de faire une réflexion sur les statistiques depuis quelque temps. Je vous fais donc part de mes réflexions en tant que « probabiliste » qui aime les statistiques et qui enseigne au cégep des cours de statistiques et de méthodes quantitatives dans des programmes allant des sciences humaines à l'architecture et l'informatique.

Le livre commence avec 204 pages couvrant les bases des probabilités : de la définition empirique aux principales lois continues. Ensuite, on retrouve 276 pages consacrées aux statistiques : des statistiques descriptives au contrôle de qualité, en passant par la régression et les tests d'hypothèses. Les 30 dernières pages sont remplies de tables, de réponses aux questions paires et d'un index.

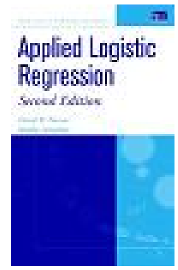
Le premier chapitre sert d'introduction globale, voir historique au sujet. Le livre continue alors sur la « vraie » introduction aux probabilités et à la statistique, soit la combinatoire. Par contre, les exercices se démarquent nettement des livres auxquels je suis habitué au cégep. On y retrouve la fiabilité de composantes électroniques, des balbutiements de contrôle de qualité et de la gestion environnementale en plus des traditionnels dés et jeux de cartes.

Dans le troisième chapitre, on aborde les variables aléatoires et leurs lois. Ce chapitre se démarque des autres livres de probabilité que j'ai lus par la complétude des lois énoncées (on retrouve la Weibull, la bêta, la chi-deux, etc.). Par contre, on remarque aussi un problème de présentation puisque les sections ne se distinguent pas. En effet, sur une même page, on peut retrouver deux lois sans qu'il y ait de démarcation... D'ailleurs, je ne sais pas si c'est la police ou un autre élément, mais la finition ne m'accroche pas. Est-ce une question de taille de marché ? Un plus pour le livre est le style d'écriture fort lisible de l'auteur. L'auteur poursuit alors en statistique.

Chaque chapitre contient la théorie, puis une trentaine de questions résolues, une cinquantaine de questions dont seulement les réponses aux questions paires se trouvent à la fin, et une dizaine de questions à choix multiples. Je reviens donc encore sur le contenu des exercices : chimie, physique, électronique, gestion de l'environnement... Je n'ai probablement pas fouillé assez dans d'autres livres (attention pour d'autres chroniques), mais il me semble que les exercices sont très scientifiques par rapport à ce que je suis habitué à voir depuis quelques années (peut-être que j'enseigne trop de MQ ?).

Dans le collège où j'enseigne, un des cours d'intégration en sciences de la nature est un cours de statistiques. En lisant ce livre, l'idée m'est venue que, lorsque mon tour viendra pour l'enseigner, je le ferai peut-être avec celui-ci. Mais, le livre semble un peu trop fort (théorique) pour une utilisation en classe. Ceci dit, avec les réformes dans les programmes techniques au cégep, on retrouve des cours de statistique par-ci par-là (à Montmorency, il y en a en architecture et en génie civil maintenant). Même si le niveau est trop élevé pour ces cours, le fait qu'il ait été écrit pour des ingénieurs en fait un bon livre de référence pour les gens qui enseigneraient les statistiques.

Durant mon baccalauréat, on utilisait le livre de Ross, soit une traduction suisse d'un ouvrage américain. Il est peut-être bon de signaler qu'il existe maintenant des alternatives faites ici, au Québec : le livre « Théorie des Probabilités » de Reischer, Leblanc et Rémillard aux Presses de l'Université du Québec, et le livre de Mario Lefebvre qui fait l'objet de cette recension. Ce dernier pourra vous servir soit en classe, soit comme livre de référence. Bonne lecture !



D. Hosmer et S. Lemeshow, *Applied logistic regression,* Wiley, 2000, 380 p., ISBN 0-471-35632-8, environ 160 $.

En discutant avec des amis statisticiens, j'ai essayé de trouver des livres « incontournables » en statistiques. En voici un qui est à la fois « de base » et « avancé ». On n'enseigne pas ce contenu dans les cours de tronc commun. Il faut avoir persévéré un peu en statistiques pour le voir. Je vais donc essayer d'en vulgariser le contenu pour ensuite m'étendre sur la manière avec laquelle les auteurs le présentent.

La régression logistique permet d'estimer les facteurs de risque en effectuant une régression avec des variables dichotomiques du type :

$$I_{\text{propriété}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si le patient } x \text{ n'a pas la propriété} \\ 1 & \text{si le patient } x \text{ a pas la propriété.} \end{cases}$$

En présence de ce type de variable, la régression « normale » ne fonctionne pas, car on a deux nuages de points parfaitement horizontaux aux droites $y = 0$ et $y = 1$. En modélisant le lien entre les variables à l'aide d'une fonction logistique, on obtient assez naturellement ce que l'on appelle le « odds ratio » qui désigne la quantité de fois qu'il est plus probable d'avoir la maladie si on a la propriété. Par exemple si la variable étudiée est « avoir le cancer des poumons » et le facteur est « être fumeur », alors un odds ratio de deux indique qu'un fumeur a deux fois plus de chances d'avoir le cancer des poumons qu'un non-fumeur.

L'approche de ce livre contraste avec celui de la chronique précédente. En effet, l'autre auteur a inséré le mot « mathématique » entre statistique et appliquée pour ne pas confondre ce livre, comme il le disait lui-même dans sa préface, avec « un livre de statistique bourré de sorties de logiciels ». Ce qui est un peu le cas avec ce livre. Mais ce n'est pas un défaut. Ainsi, on retrouve quelques caractéristiques propres aux livres de statistiques appliquées :

1) les grandes lignes des raisonnements sont présentes, mais on ne voit pas les preuves au complet ;

2) il y a des sorties de logiciels comme SAS ou SPSS ;

3) les exemples sont sortis de « vrais problèmes », et ne sont donc pas « inventés » ;

4) il y a beaucoup plus de texte que de formules ;
5) chaque chapitre contient souvent un seul exemple étiré très longtemps ;
6) on insiste beaucoup sur l'interprétation des résultats obtenus et leur sens dans la vraie vie.

En plus, je dois dire que ce livre est très bien écrit et peut quasiment se lire comme un ouvrage de vulgarisation. Par contre, une chose qui m'a rebuté et déplu au plus haut point est la totale absence de réponse, de solution ou d'indice aux exercices. Pour les voir, il faut doubler la mise et acheter le solutionnaire qui vient dans un volume séparé. Vive le « marketing » !

En somme, ce livre n'est pas considéré sans raison comme la référence « appliquée » dans ce domaine. Il est cité à plusieurs reprises dans le livre français recensé plus haut (Méthodes statistiques pour variables qualitatives) dans les chapitres au milieu du livre. Il est bien écrit et servirait probablement à être inclus dans la bibliothèque d'un praticien ou d'un étudiant en statistiques. Pour tous ceux qui veulent se perfectionner sans trop souffrir (hormis votre portefeuille, car il vous faudra alors le solutionnaire), ce livre s'adresse à vous. Pour le cégep, on peut s'en inspirer en intégration peut-être pour de futures biologistes, pharmaciens ou médecins… Mais ils ne devront pas avoir peur des mathématiques et il faut avoir accès à un logiciel de statistiques plus performant qu'EXCEL. Bonne lecture !

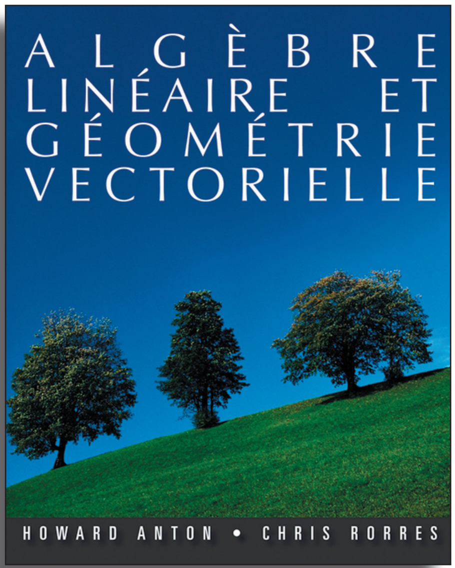
À venir :

En français :	Promenades mathématiques, L'empire des nombres, Les mathématiques, Tests de logique, etc.
En anglais :	The Mathematical Traveler, 200% of nothing, The hidden unity in nature's laws, etc.

Robert Bilinski
Collège Montmorency
rbilinski@gmail.com

Vous venez de lire un ouvrage qui vous a passionné ? Ou qui vous a choqué ? Nous attendons vos commentaires : un bref texte que vous postez à Robert Bilinski, Dép. de Maths, 475, boul. de L'avenir, Laval (Québec), H7N 5H9. Vous pouvez aussi utiliser le courrier électronique (rbilinski@cmontmorency.qc.ca).

Un nouveau regard sur l'Algèbre Linéaire de Howard Anton



Description:

Ce manuel, qui connaît un succès sans précédent en Amérique du Nord depuis plusieurs années, est maintenant disponible en français. Son contenu a été conçu en consultation avec des professeurs de CEGEP pour répondre directement à vos besoins et à ceux de vos étudiants. La révision scientifique a été faite par la Professeure Diane Demers du Collège de Maisonneuve. Ce volume servira également pour les cours des Sciences Sociales et des Sciences Naturelles.

La présente édition se démarque par :

- Présentation claire – L'exposition progresse à partir de concepts familiers jusqu'aux inconnus, du concret à l'abstrait. La pédagogie est au cœur des préoccupations des auteurs.
- Les liens entre les notions – Il est important de bien établir les liens qui tissent le canevas complexe des relations entre les systèmes d'équations, les matrices, les déterminants, les vecteurs, les transformations linéaires et les valeurs propres. Le fil de ces relations est développé progressivement, par une suite logique de théorémes qui relient les nouvelles idées aux précédentes.
- Introduction rapide des transformations linéaires et des valeurs propres – Certains concepts de base relatifs à ces sujets sont développés tôt dans le texte puis révisés lorsque le sujet est repris plus en profondeur ultérieurement, de façon à assurer que ces notions importantes ne soient pas perdues en cours de session.
- La visualisation – Les aspects géométriques de divers sujets sont soulignés en tenant compte de la tendance actuelle vers la visualisation et l'application croissante de l'algèbre linéaire au graphisme.
- Des exercises – La série d'exercices qui accompagne chaque section débute par des exercises de routine, évolue vers des problémes plus consistants et se termine avec des problémes théoriques. Dans la plupart des sections, le corps principal des exercises est suivi de la rubrique Exploration et discussion. Ces problèmes sont souvent «ouverts» et conçus de façon à promouvoir une compréhension conceptuelle.

Pour commander: John Wiley and Sons, 2006, ISBN 0-470-837241
Contactez: Marc Ranger, mranger@wiley.com, 450-589-9545

Corrigé des exercices pour l'enseignant

Ce document contient les solutions de tous les exercices présentés dans ce manuel

Banque de questions d'examen

Cette banque inclut une cinquantaine de questions diverses, cinq questions à développement par chapitre et un modèle d'examen final cumulatif.