Le développement du sens spatial au primaire

Patricia Marchand,
Université de Sherbrooke,
Centre de recherche sur l'enseignement et
l'apprentissage des sciences (CREAS)

Résumé

Ce texte a pour but d'expliciter le développement de la pensée géométrique selon Van Hiele. Ce modèle théorique est illustré à l'aide d'exemples d'activités pouvant être exploitées en classe pour chacun des trois cycles du primaire. La pensée géométrique met en jeu deux types de connaissances : géométriques et spatiales. Le sens spatial se traduit en classe de mathématiques par des connaissances spatiales qui demeurent fréquemment implicites en classe et qui occasionnent des difficultés chez plusieurs élèves. Nous présentons, afin d'outiller davantage les enseignants, des exemples d'activités valorisant le développement des connaissances spatiales et surtout les principes sous-tenant l'efficacité de ces activités.

Introduction

Le sens spatial se développe à travers diverses expériences que vivent les enfants autant à l'école que dans leur vie quotidienne (sport, jeux, voyages, musique,...). Le présent article se centre sur son développement à travers l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques et plus spécifiquement de la géométrie, étant donné qu'il s'agit d'un domaine ciblé par le Programme de formation de l'école québécoise (2003) pour cet apprentissage (le sens spatial).

La géométrie a toujours constitué une part importante des programmes de formation en mathématiques au primaire, aussi bien de celui qui est actuellement en vigueur que des précédents. Par contre, ce volet mathématique ne se réalise pas sans difficulté (Bessot, 1994 ; Izard, 1990 ; Parzysz, 1991). Une conception très répandue, en lien avec l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie, est qu'« il suffit d'observer pour comprendre et de voir pour savoir » (Berthelot et Salin, 1999-2000, p.40), mais ce n'est malheureusement pas si simple !

La géométrie est le domaine mathématique ayant pour objet d'étude l'espace et les formes. Elle met en action deux types d'espaces : l'espace physique (espace environnant et objets concrets) et l'espace abstrait (espace en pensée et objets idéalisés) (Parzysz, 1991). Le but de l'enseignement géométrique au primaire est de partir de l'espace physique et d'amener les élèves vers un espace plus abstrait basé sur les propriétés des objets. Ce passage exige le traitement de deux types de connaissances, soit les connaissances spatiales et géométriques.

Comme une partie des difficultés liées à l'apprentissage de la géométrie impliquent le développement du sens spatial (Charnay et Mante, 2008), nous expliciterons dans ce texte le développement du sens spatial dans le contexte géométrique et nous mettrons en évidence des progressions d'enseignement pouvant outiller les enseignants. Mais auparavant, nous réaliserons un bref retour sur le développement de la pensée géométrique de façon globale et nous préciserons également la signification de « sens spatial » qui n'est pas toujours employé de la même façon.

Développement de la pensée géométrique

Plusieurs modèles expliquant le développement de la pensée géométrique ont été élaborés à travers les recherches (Piaget et Inhelder, 1948 ; Van Hiele, 1959 ; Del Grande, 1990 ; Lunkenbein, 1982 ; Dion, Pallascio et Papillon, 1985 ; Pallascio, 1992). Nous avons retenu celui de Van Hiele qui illustre bien les principales étapes que les élèves doivent franchir pour progresser dans ce domaine mathématique, qui s'intègre bien avec les contenus visés par le programme actuel d'un niveau scolaire à l'autre et qui fait l'objet de récents écrits sur cet enseignement-apprentissage (Van de Walle et Lovin, 2007-2008, tomes 1, 2 et 3).

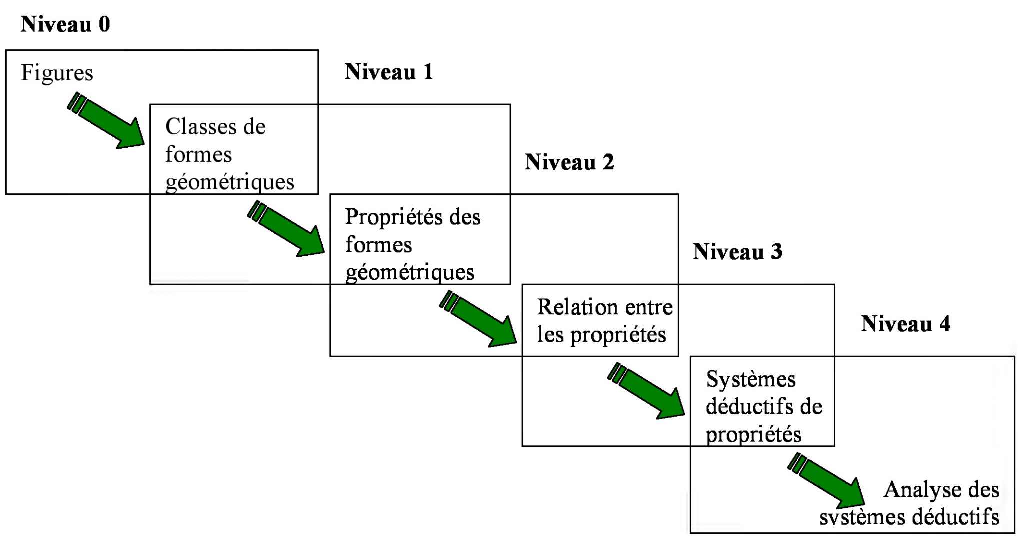
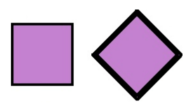


Figure 1. Schématisation du modèle de Van Hiele.

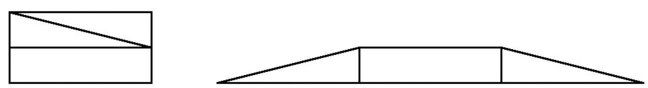
Le modèle de Van Hiele met en évidence cinq niveaux de compréhension des concepts géométriques (les processus mentaux impliqués dans les activités géométriques), chacun des niveaux mettant en évidence des objets de la pensée spécifique qui deviennent des produits pour ce niveau et, par la suite, les objets de pensée pour le prochain niveau. Ainsi, ce modèle est construit de façon hiérarchique. Voici la description des trois premiers niveaux qui visent plus spécifiquement l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie au primaire.

Niveau 0

À ce niveau de base, l'objet de la pensée est en réalité la figure ou le solide lui-même, comprenant tous ses aspects visuels. L'apparence prime sur les autres propriétés et la réflexion s'effectue sur la figure ou le solide qui est accessible, et non sur le concept en soi. Par exemple, un carré est un carré car il a l'air d'un carré (mais s'il est placé à 45°, il ressemble à un losange : ce n'est donc plus un carré).



Cette référence prédominante à l'allure visuelle ne se retrouve pas uniquement au premier cycle du primaire. Par exemple, des élèves du troisième cycle pourraient affirmer que *la figure de droite a une aire plus grande car elle est plus étendue*, alors qu'en réalité ces deux figures sont de même aire (Héraud, 1991-1992).



Pour que les élèves puissent progresser vers le prochain niveau, il faut leur faire remarquer que l'aspect visuel en lien avec une figure ou un solide spécifique ne suffit pas à le caractériser géométriquement et qu'ils devront grouper les figures ou les solides en différentes classes (plusieurs formes se ressemblent).

Niveau 1

L'objet de la pensée évolue du cas particulier de la figure et du solide aux classes de figures et de solides géométriques. À ce niveau, les élèves sont en mesure de traiter de classes de figures et de solides et non de figures isolées. Ainsi, les élèves seront amenés à identifier les différentes propriétés liées à une classe de figures qui peuvent être étudiées sans se préoccuper des dimensions et de l'orientation des figures. Par exemple, les élèves seront en mesure d'affirmer que *tout* rectangle possède deux paires de côtés parallèles.

Niveau 2

Pour ce dernier niveau ciblé par notre programme du primaire en géométrie, les élèves devront cheminer des propriétés géométriques trouvées précédemment aux relations existantes entre ces propriétés et les diverses classes. À ce niveau, les élèves sont amenés à faire des liens entre les différentes propriétés des figures. Il y a ainsi une progression vers l'étude de la cohérence entre les différentes propriétés géométriques. Par exemple, les élèves pourront affirmer qu'un carré est un rectangle puisqu'il a toutes les propriétés d'un rectangle ou encore que nous pouvons définir un carré comme étant un losange ayant un angle droit (ici, ce sont les conditions minimales à partir du losange). Il est à noter que le développement de ce niveau se poursuit au secondaire et que, par conséquent, il ne faut pas s'attendre à ce qu'il soit atteint à la fin du primaire.

Ce modèle étant hiérarchique, il ne faut pas croire qu'un élève qui se situe au niveau 2 pour les figures se situe également à ce niveau pour les solides. Un élève peut effectivement se trouver à un certain niveau de compréhension pour des éléments familiers, mais à un autre pour des éléments moins familiers. Le questionnement de l'enseignant est un bon moyen de permettre aux élèves de progresser d'un niveau de compréhension à un autre. De plus, il ne faut pas lier ce modèle au développement de l'enfant ; plusieurs élèves et adultes peuvent rester au niveau 0 si l'enseignement reçu ne met pas en évidence ce modèle (Van de Walle et Lovin, 2007 ; 2008). Voici quelques principes directeurs à suivre pour valoriser le développement géométrique chez nos élèves :

⇒ Valoriser l'apprentissage, non seulement des propriétés, mais également des relations entre les propriétés (donc ne pas se limiter à la terminologie), par exemple en travaillant sur la notion d'inclusion (un carré est un rectangle) ou sur les conditions minimales pour l'identification (un triangle équilatéral est un triangle isocèle qui a ...).

⇒ Valoriser le développement des concepts géométriques en présentant des cas extrêmes de figures et de solides ou des contre-exemples, afin de susciter la confrontation.

⇒ Varier les tâches géométriques demandées aux élèves : observation-identification, construction, description-classification, représentation, recherche ou argumentation-justification. Plusieurs manuels scolaires se limitent aux deux premières tâches, qui sont des tâches très simples (Marchand, 2006a).

⇒ Varier l'orientation selon laquelle les solides et les figures sont présentés aux élèves (pour ne pas se limiter à l'aspect visuel – niveau 0).

⇒ Varier la complexité des solides et des figures proposés aux élèves : ne pas toujours présenter des triangles équilatéraux ou des prismes à base convexe (aller au-delà des objets canoniques).

⇒ Varier les supports et les instruments attribués aux élèves : papier quadrillé, papier pointé, papier calque, papier blanc, géoplan, compas, équerre, règles, pochoirs, pâte à modeler...

Ces différentes considérations peuvent venir « teinter » les activités proposées aux élèves. Afin d'avoir une idée encore plus concrète de leur application en classe, deux progressions d'enseignement sont exposées en annexe, une pour l'enseignement des figures géométriques (annexe 1) et l'autre pour les solides (annexe 2). Ces progressions ont été construites pour mettre en évidence les changements d'un niveau à l'autre. Par conséquent, il ne faut pas les voir comme une progression continue d'une séquence d'activités pour une année scolaire spécifique ; il s'agit d'une vision globale de la progression. Dans la pratique, il faudrait créer plusieurs dérivés de chacune de ces activités.

Sens spatial

Lors de l'introduction, nous avons mentionné que le sens spatial ne se limitait pas au contexte géométrique ou même scolaire. Mais qu'entendons-nous par sens spatial ?

Le sens spatial englobe tout ce qui est en lien avec la structuration d'un espace et il se traduit par des connaissances spatiales en géométrie :

> Par connaissances spatiales, nous désignons les connaissances qui permettent à un sujet un contrôle convenable de ses relations à l'espace sensible. Ce contrôle se traduit par la possibilité pour lui de :
>
> - reconnaître, décrire, fabriquer ou transformer des objets ;
> - déplacer, trouver, communiquer la position d'objets ;
> - reconnaître, décrire, construire ou transformer un espace de vie ou de déplacement. (Berthelot et Salin, 1999-2000, p.38)

Voici des exemples de tâches mettant en jeu les connaissances spatiales :

- Peux-tu écrire un trajet me permettant de me rendre de la porte au tableau ?
- Peux-tu reproduire le Tangram que je te présente ?
- Uniquement avec la manipulation d'une figure introduite dans une boîte, peux-tu me la pointer sur le carton illustrant différentes figures ?
- Choisis le développement du cube qui correspond au cube représenté.
- Peux-tu me décrire le résultat de la rotation d'un triangle rectangle autour de son hypoténuse ?
- ...

Par contraste, les connaissances géométriques se réfèrent davantage aux contenus scolaires qui deviennent axiomatisés ou théorisés afin de créer un système cohérent (Clements et Battista, 1992).

Voici des exemples de tâches mettant en jeu les connaissances géométriques :

- Peux-tu me donner la définition d'un carré ?
- Est-ce qu'un carré est un rectangle ?
- Quel est le nom de ce solide ?
- Pourquoi les angles d'un triangle équilatéral mesurent-ils 60° ?
- Trace une droite perpendiculaire au segment AB.
- ...

Malgré les divergences entre ces deux types de connaissances, elles sont indissociables en géométrie, étant donné que la majorité des activités que nous proposons aux élèves les mettent en jeu de façon simultanée. Cette dualité constante vient complexifier l'enseignement et l'apprentissage de ces dernières (Berthelot et Salin, 1993-1994) ; il faut toujours être à l'affut de cet emboîtement et réaliser les choix nécessaires pour traiter chacune d'elles en classe. Par exemple, lorsque des développements de solides sont présentés aux élèves et qu'ils doivent les identifier, les élèves recourent aux deux types de connaissances. Pour reconstituer les solides à partir du développement (physiquement ou mentalement), ils doivent réaliser un changement d'espace (de deux à trois dimensions) nécessitant des connaissances spatiales, et pour l'identifier, ils doivent se fier aux définitions et donc aux connaissances géométriques (ex. : il s'agit d'un prisme à base triangulaire). Et si certains élèves n'arrivent pas à la bonne identification, il faut vérifier l'acquisition de chacune des connaissances et ne pas prétendre automatiquement qu'ils ne connaissent pas leurs définitions.

Le modèle de Van Hiele exposé précédemment met en évidence la progression de l'acquisition des propriétés et des classes de figures ou de solides et il est, par conséquent, davantage orienté vers les connaissances géométriques que spatiales. Nous avons conçu un modèle s'inspirant de ce dernier et s'appuyant sur d'autres recherches afin de caractériser le développement des connaissances spatiales. Il est présenté dans les pages qui suivent.

Développement des connaissances spatiales

Le développement des connaissances spatiales « se fait par l'intériorisation des actions du sujet, c'est-à-dire par l'aptitude à penser les actions sans les exécuter » (Charnay et Mante, 2008, p. 223). De plus, nos recherches ont mis en évidence deux phases cruciales dans la création et la réalisation d'activités visant les connaissances spatiales (Marchand, 2006a ; Marchand, 2009) :

- Provoquer, lors de l'activité, des moments où la vue ne suffit plus comme moyen de résolution afin d'obliger une intériorisation des actions des élèves.
- Questionner les élèves sur cette phase de leur résolution.

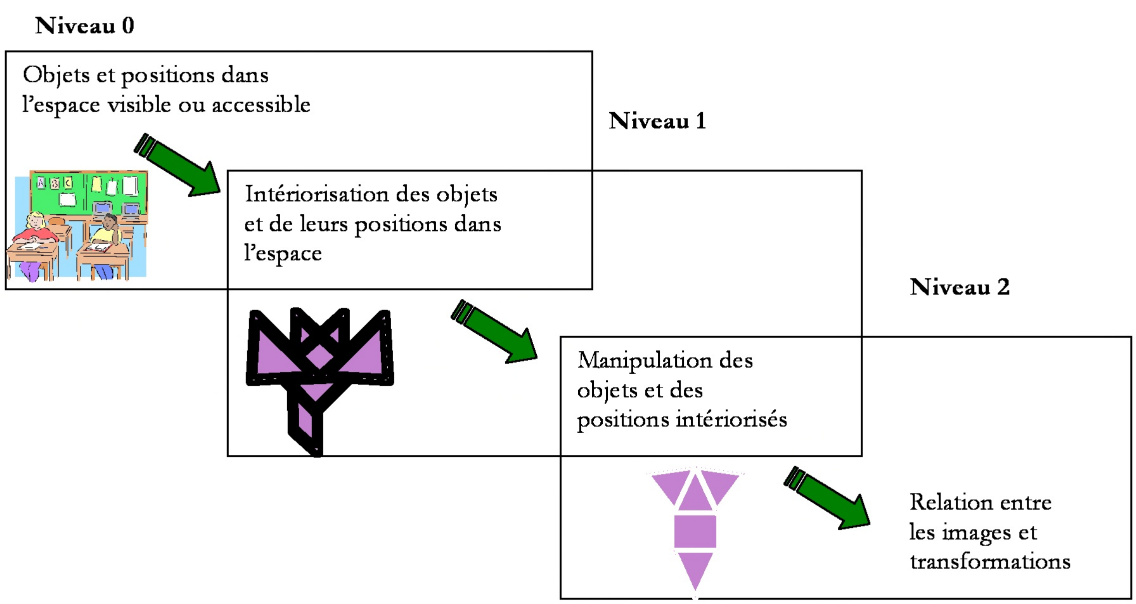


Figure 2. Schématisation du développement des connaissances spatiales pour le primaire.

Ce « prototype » sur les connaissances spatiales, inspiré de celui de Van Hiele, met en évidence trois niveaux hiérarchiques de compréhension pour le primaire. Voici une description de chacun de ces niveaux.

Niveau 0

Tout comme pour le modèle de Van Hiele, les élèves débutent à un niveau visuel. Pour les connaissances spatiales, ceci implique que les figures ou les solides leur sont en tout temps accessibles et que les actions sont également réalisées concrètement. Par exemple, les élèves pourraient reproduire une construction de cubes exposée sur une table. Une autre activité serait, par exemple, de demander aux élèves de trouver un objet dans la classe à partir d'un trajet qu'ils doivent parcourir (de type chasse au trésor).

Niveau 1

Une fois que les élèves ont manipulé concrètement des figures et/ou des solides à travers diverses expériences, il est important de proposer des activités permettant une intériorisation de ces formes et de ces actions. La manipulation en elle-même n'est pas suffisante à son intériorisation (Poirier, 1999 ; Piaget et Inhelder, 1948) : il faut obligatoirement la traiter en classe. Par contre, nous savons que ce type d'activités ne fait pas partie des pratiques enseignantes actuelles. Une façon de provoquer une intériorisation de ces connaissances est de demander une anticipation : peux-tu anticiper deux solides pouvant être construits à partir de ces figures ? À quoi ressembleraient-ils ? Berthelot et Salin (1999-2000) et Marchand (2006b) ont observé que ces activités, impliquant une anticipation, n'étaient pratiquement jamais proposées aux élèves. Un autre exemple valorisant une intériorisation pour ce niveau de compréhension est une activité réalisée avec un Tangram par élève et un Tangram pour rétroprojecteur. L'enseignant présente pendant 3 secondes une figure construite à l'aide des pièces du Tangram (ex. : une chauve-souris) et les élèves doivent la reconstruire. Ils peuvent revoir la figure à une ou deux reprises, toujours pendant 3 secondes (Yackel et Weatley, 1990). Cette limite de temps est centrale pour l'intériorisation (première phase cruciale) et l'enseignant doit questionner les élèves sur leurs procédés (comment as-tu réussi à t'en rappeler ? Qu'est-ce que tu voyais dans ta tête ? As-tu vu la forme globale ou chacune des parties ? As-tu commencé par en haut ou par en bas ?). Cette étape de questionnement est la deuxième phase cruciale mentionnée plus haut.

Niveau 2

Une fois que les élèves ont intériorisé plusieurs figures, solides ou actions, il faut leur proposer des activités où ils devront manipuler mentalement ces figures, solides et actions. Par exemple, les élèves peuvent, à partir du développement, anticiper le solide résultant (la manipulation mentale consiste à rabattre le développement pour former le solide) ou encore décrire le résultat de la rotation d'un triangle rectangle autour d'une cathète. Les activités visant les relations entre les images des figures, des solides ou de leur transformation peuvent être abordées au primaire, mais elles seront maîtrisées au premier cycle du secondaire. Par exemple, les élèves peuvent s'imaginer un cube dans leur tête, couper deux de ses coins et décrire l'allure du solide restant ; ou encore, à partir uniquement de leurs images mentales du prisme à base triangulaire et de la pyramide à base triangulaire, expliquer les ressemblances et les différences entre ces deux solides.

Plusieurs enseignants affirment qu'eux-mêmes ont de la difficulté avec ce type de tâches, et que par conséquent ils ne voient pas comment ils pourraient les proposer à leurs élèves. Effectivement, comme il a été mentionné plus haut, si ce travail ne se réalise pas de façon explicite dans l'enseignement, plusieurs personnes ne développeront pas ces connaissances, à moins que d'autres occasions parascolaires leurs permettent de les développer (sport, jeux ...). Nous avons vu que les pratiques enseignantes ne vont pas, jusqu'à présent, dans ce sens ; par contre, les recherches montrent très clairement que ces connaissances sont accessibles à tous et devraient être valorisées en classe (Slee, 1987 ; Hutton et Lescohier, 1983 ; Denis, 1989). Tout comme pour le développement géométrique, nous avons retenu différents principes directeurs à valoriser pour le développement des connaissances spatiales :

- ⇒ Valoriser des activités qui mettent davantage l'accent sur les connaissances spatiales et non sur les connaissances géométriques.
- ⇒ Valoriser des activités permettant explicitement l'intériorisation de ces connaissances. Afin d'y parvenir, une façon de faire est de solliciter les autres sens que la vue. Par exemple, le toucher, en faisant manipuler des solides dans une boîte, ou encore l'ouïe, en demandant à un élève de pointer le solide uniquement à partir d'une description orale ; sans oublier d'orienter le questionnement en classe vers cette phase d'intériorisation de l'activité.
- ⇒ Varier les tâches demandées : observation-identification, construction, description-classification, représentation, recherche ou argumentation-justification. Surtout ici, il s'agit de varier l'ordre dans lequel elles sont proposées aux élèves. Par exemple, ne pas toujours commencer par une construction ou une observation, car le risque est grand de se limiter aux actions concrètes dans un tel contexte. Valoriser plutôt des tâches de recherche ou de description comme point d'ancrage pour les activités en classe.
- ⇒ Varier les milieux d'intervention. Il ne faut pas se limiter à l'espace de la feuille ou des petits solides. Il faut envisager des activités dans la classe où l'élève est inclus dans l'espace ou encore un milieu encore plus grand, comme l'école ou le quartier.
- ⇒ Varier l'orientation avec laquelle les solides et les figures sont présentés aux élèves afin de prendre en compte la relation que les solides ou les figures entretiennent avec l'espace.
- ⇒ Varier la complexité des solides et des figures proposés aux élèves afin de leur fournir une grande palette d'images possibles.
- ⇒ Valoriser l'action sur les solides et les figures et la création de nouveaux objets au niveau 1 et 2 de compréhension pour aller au-delà des images statiques et canoniques.

Pour compléter le modèle et ces principes directeurs, une progression d'enseignement pour les connaissances spatiales est exposée à l'annexe 3, toujours dans le but de concrétiser le passage d'un niveau de compréhension à un autre. Tout comme pour le développement géométrique, il s'agit d'une vision globale de cet enseignement ; il faudra prévoir plusieurs activités de chacun des types avec les élèves.

Conclusion

L'enseignement de la géométrie peut faire émerger des apprentissages très intéressants et stimulants pour les élèves, mais encore faut-il savoir quels types d'activités leur proposer. Le présent texte a été conçu dans cet optique en présentant d'abord une vision globale du développement de la pensée géométrique, représentant le fil conducteur, pour ensuite mettre en lumière la distinction entre les connaissances spatiales et les connaissances géométriques qui est fondamentale dans cet enseignement et qui n'est pratiquement pas prise en considération actuellement dans nos classes. « L'enseignement de la géométrie à l'école primaire laisse à l'élève la charge d'établir les rapports adéquats entre l'espace et les concepts géométriques qui lui sont enseignés. » (Berthelot et Salin, 1999-2000, p. 40). Une des conséquences de cette absence est que les difficultés identifiées chez les élèves demeurent, même une fois adultes (*idem*). Par conséquent, l'école ne remplit pas son mandat dans ce domaine, qui est pourtant une des visées récurrentes d'une année scolaire à l'autre pour les trois cycles du programme de mathématiques du primaire. Il revient ainsi à chaque enseignant de modifier sa pratique de classe afin de valoriser un enseignement-apprentissage plus efficace de la pensée géométrique et en particulier du développement des connaissances spatiales.

Ce texte fournit plusieurs exemples d'activités permettant de développer la pensée géométrique ainsi que les connaissances spatiales. Mais d'après nous, les outils les plus puissants à retenir sont les principes directeurs et la philosophie qui se cachent derrière les deux modèles de développement présentés. En terminant, il ne faut pas croire que ces constats se limitent à l'enseignement primaire, ils sont également des constituantes de l'enseignement au secondaire (Marchand, 2006b).

Références

[1] Berthelot, R. et Salin, M.-H. (1993-1994). « L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. » *Grand N*, 53, p.39-53.

[2] Berthelot, R. et Salin, M.-H. (1999-2000). « L'enseignement de l'espace à l'école primaire. » *Grand N*, 65, p.37-59.

[3] Bessot, A. (1994). « Représentation graphiques et maîtrise des rapports avec l'espace. » *Actes du séminaire sur la représentation du CIRADE*, p.1-34.

[4] Charnay, R. et Mante, M. (2008). *Concours de professeurs des Écoles. Mathématiques. Tome 1.* Éditions Hatier.

[5] Clements, D. H. et Battista, M.T. (1992). « Geometry and spatial reasoning. » In Douglas A. et Grouws (dir). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* New York, Macmillan Publishing Compagny, p.420-464.

[6] Del Grande, J. (1990). « Spatial sense. » *Arithmetic Teacher*, février, p.14-20.

[7] Denis, M. (1989). *Images et cognition.* Psychologie d'aujourd'hui, Presses universitaires de France.

[8] Dion, D., Pallascio R. et Papillon, V. (1985). « Perception structurale d'objets polyédriques. » *Bulletin AMQ*, octobre, p.10-21.

[9] Héraud, B. (1991-1992). « Construction et apprentissage du concept d'aire. » *Bulletin AMQ*, décembre 1991-mars 1992, p.82-88.

[10] Hutton, D. W. et Lescohier, J. A. (1983). « Seeing to learn : using mental imagery in the class room. » In M. L. Fleming et D. W. Hutton (dir.) *Mental Imagery and Learning*. Englewood Cliffs, NJ, Educational Technology Publications, p.113-132.

[11] Izard, J. (1990). « Developing spatial skills with three-dimensional Puzzles. » *Arithmetic Teacher*, 37, no.6, p.44-47.

[12] Lunkenbein, D. (1982). « Géométrie dans l'enseignement au primaire. » *Instantanés mathématiques*, novembre, p.5-15.

[13] Marchand, P. (2006a). « Comment développer les images mentales reliées à l'apprentissage de l'espace en trois dimensions ? » *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 11, p.103-121.

[14] Marchand, P. (2006b). *La géométrie, tout un sport !* Les Éditions Bande Didactique, *ma thèse*.

[15] Marchand, P. (2009). « L'enseignement du sens spatial au secondaire : Analyse de deux leçons de troisième secondaire. » *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education* (CJSMTE), 9, no.1, p.29-48.

[16] Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire, enseignement primaire. (2003) Gouvernement du Québec, Ministère de l'Éducation.

[17] Pallascio, R. (1992). « Une conception de l'apprentissage fondée sur des niveaux d'opérations. » *In Mathématiques instrumentales et projets d'enfants*, R. Pallascio (dir.), Montréal, Modulo éditeur, p.7-15.

[18] Parzysz, B. (1991). « Espace, Géométrie et Dessin. Une ingénierie didactique pour l'apprentissage, l'enseignement et l'utilisation de la perspective parallèle au lycée. » *Recherches en didactique des mathématiques*, 11, no. 23, p.211-240.

[19] Piaget, P. et Inhelder, B. (1948). *La représentation de l'espace chez l'enfant*. Presses universitaires de France, (éd. 1977).

[20] Poirier, L. (1999). « Réflexion autour du matériel de manipulation. » *Instantanés mathématiques*, 36, no.1, p.4-12.

[21] Slee, P. T. (1987). *Child Observation Skills*. London, New York, Croom Helm.

[22] Van de Walle, J. A. et Lovin, L. H. (2007). *L'enseignement des mathématiques. L'élève au centre de son apprentissage. Tome 1.* Traduit par C. Kazadi et M. Poirier-Patry, Éditions du Renouveau pédagogique inc.

[23] Van de Walle, J. A. et Lovin, L. H. (2008). *L'enseignement des mathématiques. L'élève au centre de son apprentissage. Tome 2*. Traduit par C. Kazadi et M. Poirier-Patry, Éditions du Renouveau pédagogique inc.

[24] Van de Walle, J. A. et Lovin, L. H. (2008). *L'enseignement des mathématiques. L'élève au centre de son apprentissage. Tome 3*. Traduit par C. Kazadi et M. Poirier-Patry, Éditions du Renouveau pédagogique inc.

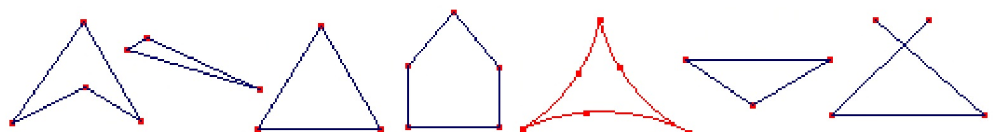
[25] Van Hiele, P. M. (1959). « La pensée de l'enfant et la géométrie. » *Bulletin APMEP*, 198, p.199-205.

[26] Yackel, E. et Weatley, G. (1990). « Promoting visual imagery in young pupils. » *Arithmetic Teacher*, février, p.52-58.

ANNEXE 1 – Activités visant le développement des figures

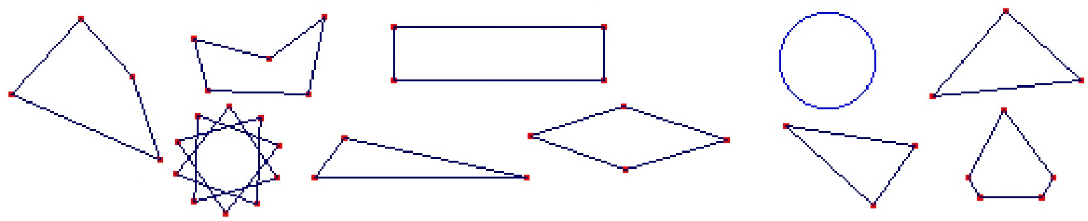
Activité 1.1

Où sont les triangles parmi les formes suivantes ?



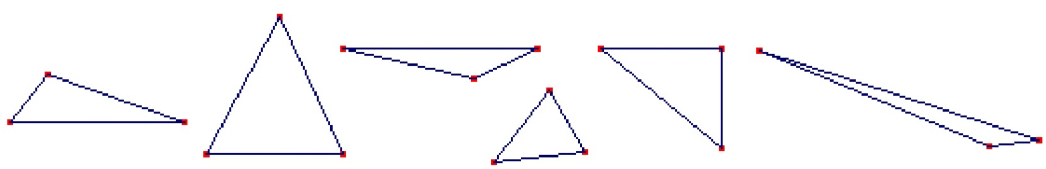
Activité 1.2

Parmi les figures suivantes, quels sont les triangles ? Pourquoi ?



Activité 1.3

Toutes les figures suivantes sont des triangles. Peux-tu trouver trois caractéristiques qu'une figure doit respecter pour être un triangle ?



Activité 1.4

Construction de triangles :

- À l'aide des cinq bandes de papier suivantes (voir le matériel), peux-tu trouver des triplets de bandes de papier pouvant former des triangles ? Explique ton processus de résolution.
- Trouve tous les cas possibles ainsi que tous les cas impossibles.
- Peux-tu trouver une relation entre les longueurs des côtés des triangles qui ont fonctionné ?

Activité 1.5

Construction de triangles :

- Peux-tu construire un triangle ayant deux angles aigus et deux côtés isométriques ?
- Peux-tu construire un triangle avec un axe de symétrie et un angle droit ?

- Peux-tu construire un triangle avec deux angles obtus et un angle aigu ?
- Peux-tu construire un triangle avec trois côtés isométriques et trois angles aigus ?

Activité 1.6

Vrai ou Faux ?

- Un triangle isocèle a deux axes de symétrie.
- Un triangle rectangle ne peut pas être aussi isocèle.
- Un triangle scalène peut avoir un angle droit.
- Un triangle ayant deux angles isométriques a toujours deux côtés isométriques.

ANNEXE 2 – Activités visant le développement des solides

Activité 2.1

Peux-tu apporter de la maison des boîtes de toutes les formes (des boîtes originales !) En classe, une discussion est réalisée autour des boîtes apportées par les élèves : peux-tu décrire les boîtes que tu as apportées ? Est-ce qu'il y en a d'autres qui ressemblent à cette boîte ? Pourquoi as-tu choisi cette boîte ?...

Activité 2.2

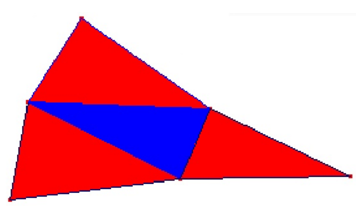
Voici plusieurs solides (solides en bois disposés sur une table devant l'élève). Je vais introduire un solide identique à un de ceux-ci dans la boîte et tu devras l'identifier seulement par la manipulation (sans le voir). Comment l'as-tu identifié ? Qu'as-tu vu dans ta tête ? As-tu hésité ? Lequel était le plus difficile ? Matériel : boîte permettant la manipulation d'un objet et l'introduction d'un solide, ainsi que deux séries de solides.

Activité 2.3

J'ai mis un solide sur le rétroprojecteur (l'élève ne peut pas le voir) ; voici l'image que j'obtiens à l'écran (ex. : un carré). Quel solide ai-je mis sur le rétroprojecteur ? Est-ce qu'il y a plusieurs possibilités ? Pourquoi ? Si je te montre une autre face (ex. : un cercle), es-tu en mesure maintenant de me dire de quel solide il s'agit ?... Matériel : une série de petits solides et un rétroprojecteur.

Activité 2.4

Trouve tous les développements d'une pyramide oblique à base triangulaire (en voici un exemple).

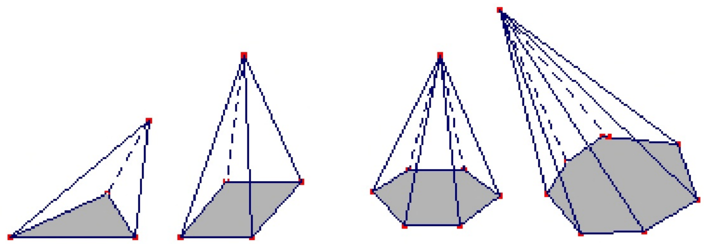


Activité 2.5

Classe les douze solides suivants selon deux propriétés que possèdent ou non les solides présentés (une propriété pourrait être, par exemple, convexe ou non-convexe) ; tu dois être en mesure de justifier ton classement. Matériel : douze pyramides et prismes divers et un grand carton par élève ou par équipe pour réaliser le classement.

Activité 2.6

Peux-tu trouver le nombre de faces que possèdent les pyramides suivantes ?



Peux-tu trouver maintenant un raisonnement pour calculer très rapidement le nombre de faces d'une pyramide, sachant seulement le nombre de côtés que possède la base de la pyramide ? Ton raisonnement doit nous convaincre que ton calcul sera juste pour n'importe quelle pyramide.

ANNEXE 3 – Activités visant le développement du sens spatial

Activité 3.1

Voici une maison d'un pays lointain (pyramide à base carrée). Peux-tu me la décrire ? Rappelle-toi de son allure car je vais la cacher et tu devras la retrouver parmi d'autres maisons. De laquelle s'agit-il ? Comment as-tu fait pour t'en rappeler ? Comment as-tu procédé pour la reconnaître ? Matériel : solides en bois, comme un prisme à base rectangulaire, un cylindre, une demi-sphère, une pyramide à base carrée et un cône.

Activité 3.2

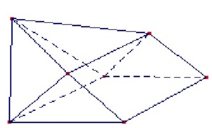
Voici une maison d'un pays lointain (une maison composée d'un prisme bleu à base rectangulaire et d'une pyramide rouge à base rectangulaire). Peux-tu me la décrire ? Rappelle-toi de son allure car je vais la cacher et tu devras la retrouver parmi d'autres maisons. De laquelle s'agit-il ? Comment as-tu fait pour t'en rappeler ? Comment as-tu procédé pour la reconnaître ? Matériel : solides en bois composés chacun de deux solides de différentes couleurs. Par exemple : une maison composée d'un prisme bleu à base rectangulaire et d'une pyramide rouge, une autre ayant la base jaune et le toit rouge, une autre ayant un prisme bleu à base rectangulaire et un cône rouge. . .

Activité 3.3

Voici une maison d'un pays lointain (une maison composée d'un cylindre jaune et d'une pyramide verte à base triangulaire). Peux-tu me la décrire ? Rappelle-toi de son allure car je vais la cacher et *tu devras la reconstruire avec les solides que je vais te fournir.* Comment as-tu fait pour t'en rappeler ? Comment as-tu procédé pour la reconnaître ? Matériel : il s'agit du même type de solides présentés, mais ils ne sont pas assemblés.

Activité 3.4

Voici une maison d'un pays lointain. Peux-tu me la décrire ? Rappelle-toi de son allure car je vais la cacher et tu devras la reconstruire avec le matériel que je vais te fournir. Comment as-tu fait pour t'en rappeler ? Comment as-tu procédé pour la reconstruire ? Matériel : il s'agit de pailles individuelles et de cure-pipes permettant aux élèves de reconstruire la maison à partir du début.



Activité 3.5

Voici une maison d'un pays lointain (une maison composée d'un prisme à base carrée et d'une pyramide à base carrée). Peux-tu me la décrire ? Rappelle-toi de son allure car je vais la cacher et tu devras la reconstruire avec le matériel que je vais te fournir. *Une fois la maison cachée, tu* *dois venir chercher tout ton matériel en une seule fois ; tu dois donc envisager le nombre de pailles dont tu auras besoin (pas moins, pas plus).* Comment as-tu fait pour t'en rappeler ? Comment as-tu procédé pour anticiper le nombre de pailles dont tu avais besoin ? Comment as-tu procédé pour la reconstruire ? Matériel : pailles et cure-pipes en possession de l'enseignant et non des élèves.

Activité 3.6

Voici une description d'une maison d'un pays lointain (une maison composée d'un cube et d'un prisme à base hexagonale). Peux-tu la reconstruire avec le matériel que je vais te fournir ? Tu dois venir chercher ton matériel en une seule fois ; tu dois donc envisager le nombre des pailles dont tu auras besoin. *Qu'as tu vu dans ta tête suite à la lecture de la description ?* Comment as-tu procédé pour anticiper le nombre de pailles dont tu avais besoin ? Comment as-tu procédé pour la reconstruire ? Matériel : idem (voir activité 3.5).